

Számítási módszerek Átlagfeszültség módszer

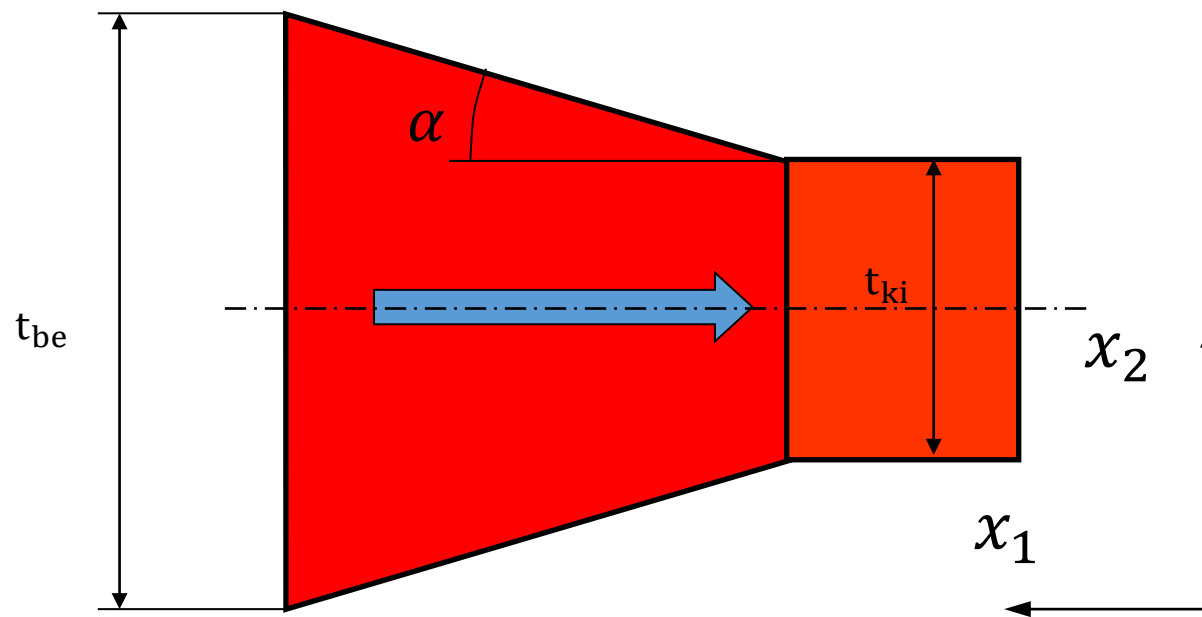
Alakítótechnológiák elmélete
(BMEGEMTNG00)

- Átlagfeszültség módszer
- Anyagáramlás szűkülő csatornában
- Átlagos alakítási szilárdság
- Az átlagfeszültség módszer lépései

- 1D-s feszültség / alakváltozás eloszlás;
- Homogén mezők a változás irányára merőlegesen;
- Egyszerűsített folyási feltétel;
- Geometriai egyszerűsítés;
- Közelítő peremfeltételek.

Az anyagot egy szűkülő keresztmetszetű alakítóüregben áthúzzuk vagy sajtoljuk.

A feladatot megoldhatjuk sík alakváltozási vagy tengelyszimmetrikus problémaként, illetve Kudo vagy Coulomb-féle súrlódási modell alkalmazásával.



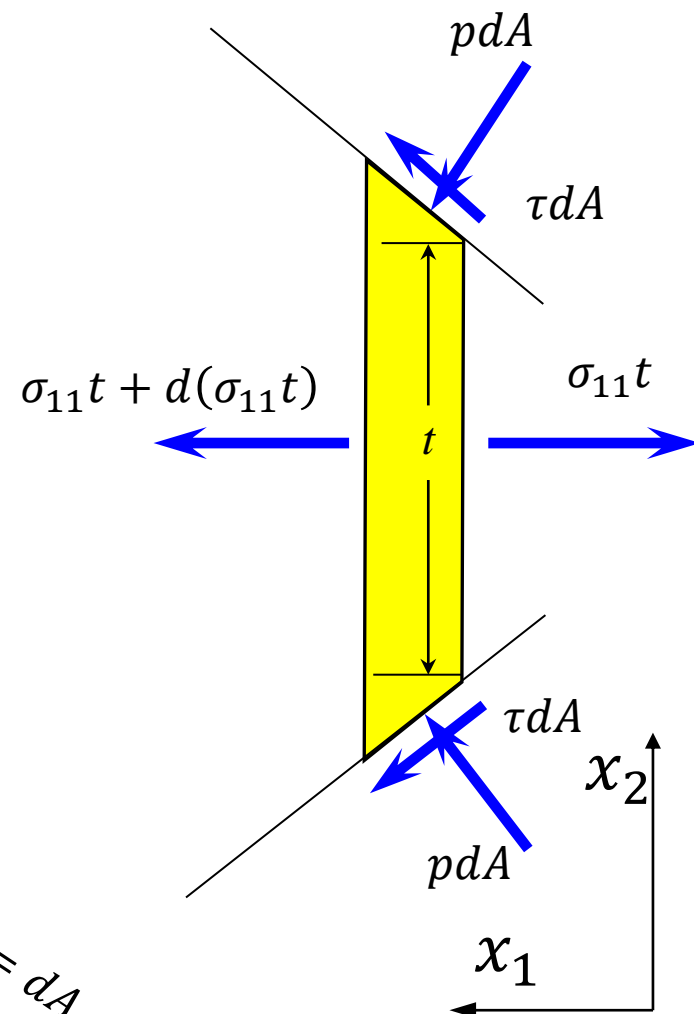
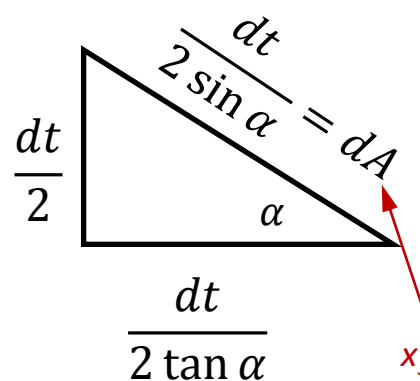
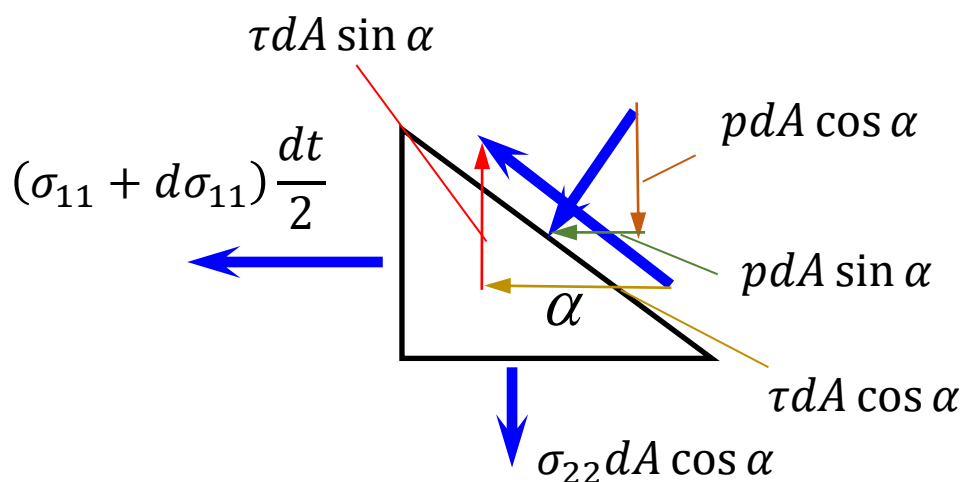
A t csatornamagassággal, mint változóval írjuk le a folyamatot.

Coulomb súrlódási modellt használunk. $\tau = \mu p$

Azt feltételezzük, hogy az x_1 és x_2 irányok főirányok.

$$\sigma_1 = \sigma_{11}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{22}$$



x_3 irányban végtelen kiterjedésű a test. Egységnyi (x_3) hosszra jutó felület

A statikai egyensúly elemzése:

$$\sum F_{x_2} = -pdA \cos \alpha + \tau dA \sin \alpha - \sigma_2 dA \cos \alpha = 0$$

$$\tau = \mu p$$

$$\sigma_2 = \tau \tan \alpha - p(\mu \tan \alpha - 1) \longrightarrow p = \sigma_2 / (\mu \tan \alpha - 1)$$

$$\sum F_{x_1} = \sigma_1 t - \sigma_1 t - d(\sigma_1 t) - 2\tau dA \cos \alpha - 2pdA \sin \alpha = 0$$

$$d(\sigma_1 t) = -2dA(\tau \cos \alpha + p \sin \alpha) = -\frac{dt}{\sin \alpha} (\tau \cos \alpha + p \sin \alpha)$$

$$\sigma_1 dt + d\sigma_1 t = -dt(\tau \cot \alpha + p) \longrightarrow d\sigma_1 = -[(\tau \cot \alpha + p) + \sigma_1] \frac{dt}{t}$$

Amiből adódik:

$$d\sigma_1 = \left(\sigma_2 \frac{1 + \mu \cot \alpha}{1 - \mu \tan \alpha} - \sigma_1 \right) \frac{dt}{t} = [\sigma_2(1 + B) - \sigma_1] \frac{dt}{t} \quad \text{ahol } B = \frac{1 + \mu \cot \alpha}{1 - \mu \tan \alpha} - 1$$

A Lévy-Mises egyenletet alkalmazva sík alakváltásra:

$$\dot{\varphi}_3 = 0, \quad \dot{\varphi}_3 = \dot{\lambda} \sigma'_3 \quad 0 = \dot{\lambda} \left(\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right) = \dot{\lambda} \left(\frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} \right) \rightarrow 0 = \dot{\lambda} (2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)$$

Ebből adódik a vizsgálati síkra merőleges feszültségkomponens értéke: $\sigma_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$

A Mises-féle folyási feltételt alkalmazva:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = k_f \quad \xrightarrow[\sigma_1 > \sigma_2]{\text{mivel}} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) = k_f$$

$$\downarrow$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f$$

Így a differenciál egyenletünk a következő:

$$d\sigma_1 = \left[(1 + B) \left(\sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f \right) - \sigma_1 \right] \frac{dt}{t} \quad \longrightarrow \quad \frac{d\sigma_1}{B\sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f (1 + B)} = \frac{dt}{t}$$

Megoldva az egyenletet:

$$\frac{d\sigma_1}{B\sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)} = \frac{dt}{t} \quad \xrightarrow[A = \frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)]{k_f = \text{állandó}} \quad \frac{d\sigma_1}{B\sigma_1 - A} = \frac{dt}{t}$$

$$\frac{\ln(B\sigma_1 - A)}{B} = \ln(Ct) \quad \longrightarrow \quad \sigma_1 = \frac{Ct^B + A}{B}$$

A rúdhúzás peremfeltételével:

$$t = t_{be},$$

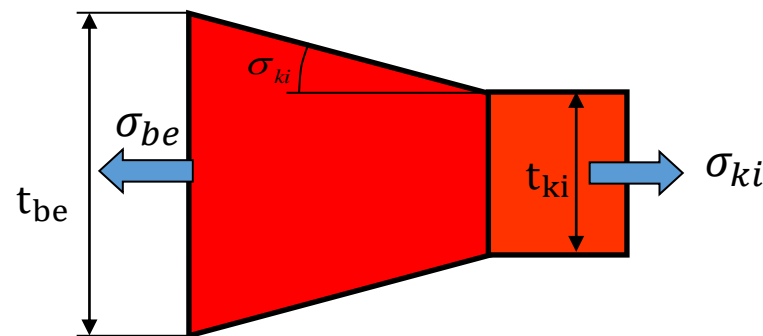
$$\sigma_1 = \sigma_{be}$$

$$k_f = \text{állandó}$$

$$\sigma_1(t) = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)}{B} \left[1 - \left(\frac{t}{t_{be}} \right)^B \right] + \left(\frac{t}{t_{be}} \right)^B \sigma_{be}$$

$$\sigma_2(t) = \sigma_1(t) - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f$$

$$p = \frac{\sigma_2}{\mu \tan \alpha - 1}$$



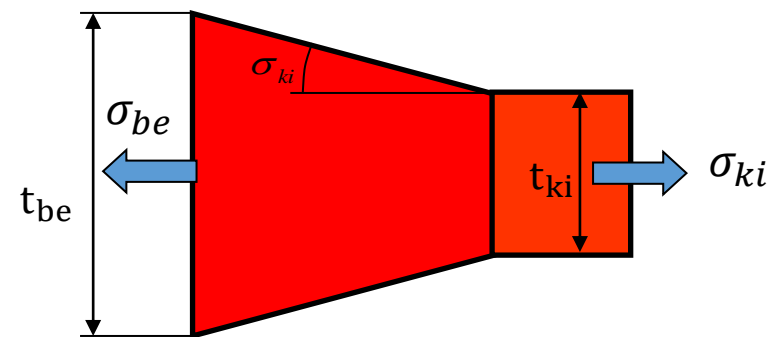
A sajtolás peremfeltételével:

$$t = t_{ki}, \sigma_1 = \sigma_{ki}$$

$$\sigma_1(t) = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} k_f (1 + B)}{B} \left[1 - \left(\frac{t}{t_{ki}} \right)^B \right] + \left(\frac{t}{t_{ki}} \right)^B \sigma_{ki}$$

$$\sigma_2(t) = \sigma_1(t) - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f$$

$$p = \frac{\sigma_2}{\mu \tan \alpha - 1}$$



$k_f = \text{állandó}$

Ha az alakítási szilárdság függ az alakváltozástól (keményedő anyag), akkor a differenciál egyenlet az alábbi lesz:

$$\frac{d\sigma_1}{dt} - \left[(1 + B) \left(\sigma_1(t) - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f(t) \right) - \sigma_1(t) \right] \frac{1}{t} = 0$$

$$k_f = C_1 + C_2 \varphi_{eq}^n$$

$$\varphi_{eq} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{t_{be}}{t}$$

Kudo-féle súrlódási modell alkalmazásával a differenciál egyenlet az alábbi lesz:

$$d\sigma_1 = -\frac{kf}{\sqrt{3}}A^* \frac{dt}{t} \quad \text{ahol} \quad A^* = m(\cot \alpha + \tan \alpha) + 2 \quad \tau = m \frac{kf}{\sqrt{3}}$$

Az előzőekhez hasonlóan, állandó k_f esetében a peremfeltétekkel kifejezhető σ_1 :

A sajtolás peremfeltételével:

$$t = t_{ki}, \sigma_1 = \sigma_{ki} \quad \sigma_1 = -\frac{kf}{\sqrt{3}}A^* \ln \frac{t}{t_{ki}} + \sigma_{ki}$$

A rúdhúzás peremfeltételével: $t = t_{be}, \sigma_1 = \sigma_{be}$

$$\sigma_1 = \frac{kf}{\sqrt{3}}A^* \ln \frac{t_{be}}{t} + \sigma_{be}$$

Mindkét esetben: $\sigma_2 = \sigma_1 - 2 \frac{kf}{\sqrt{3}} \quad \text{és} \quad p = m \frac{kf}{\sqrt{3}} \tan \alpha - \sigma_2,$

A differenciál egyenletek analitikus megoldásakor feltételeztük, hogy az alakítási szilárdság a folyamat közben állandó.

$$k_{f_{\text{állandó}}} = \tilde{k}_f = \frac{1}{\bar{\varphi}_{\max} - \bar{\varphi}_{\min}} \int_{\bar{\varphi}_{\min}}^{\bar{\varphi}_{\max}} k_f d\bar{\varphi}$$

$$k_f = C_1 + C_2 \bar{\varphi}^n$$

$$\tilde{k}_f = \frac{1}{\bar{\varphi}_{\max} - \bar{\varphi}_{\min}} \left[C_1 (\bar{\varphi}_{\max} - \bar{\varphi}_{\min}) + \frac{C_2}{n+1} (\bar{\varphi}_{\max}^{n+1} - \bar{\varphi}_{\min}^{n+1}) \right]$$

$k_f = f(\varphi)$ esetében a differenciál egyenletek numerikus módon tudjuk megoldani.

- A feszültség / alakváltozás szempontjából legjellemzőbb irány kiválasztása.
- A kiválasztott irányra merőleges helyzetű elemi testre ható erők egyensúlyának meghatározása.
- Differenciálegyenlet felírása (1D probléma).
- Anyagegyenletek, képlékenységi feltétel, változók csökkentése.
- Közöséges differenciál egyenlet megoldása a peremfeltételek figyelembevételével.

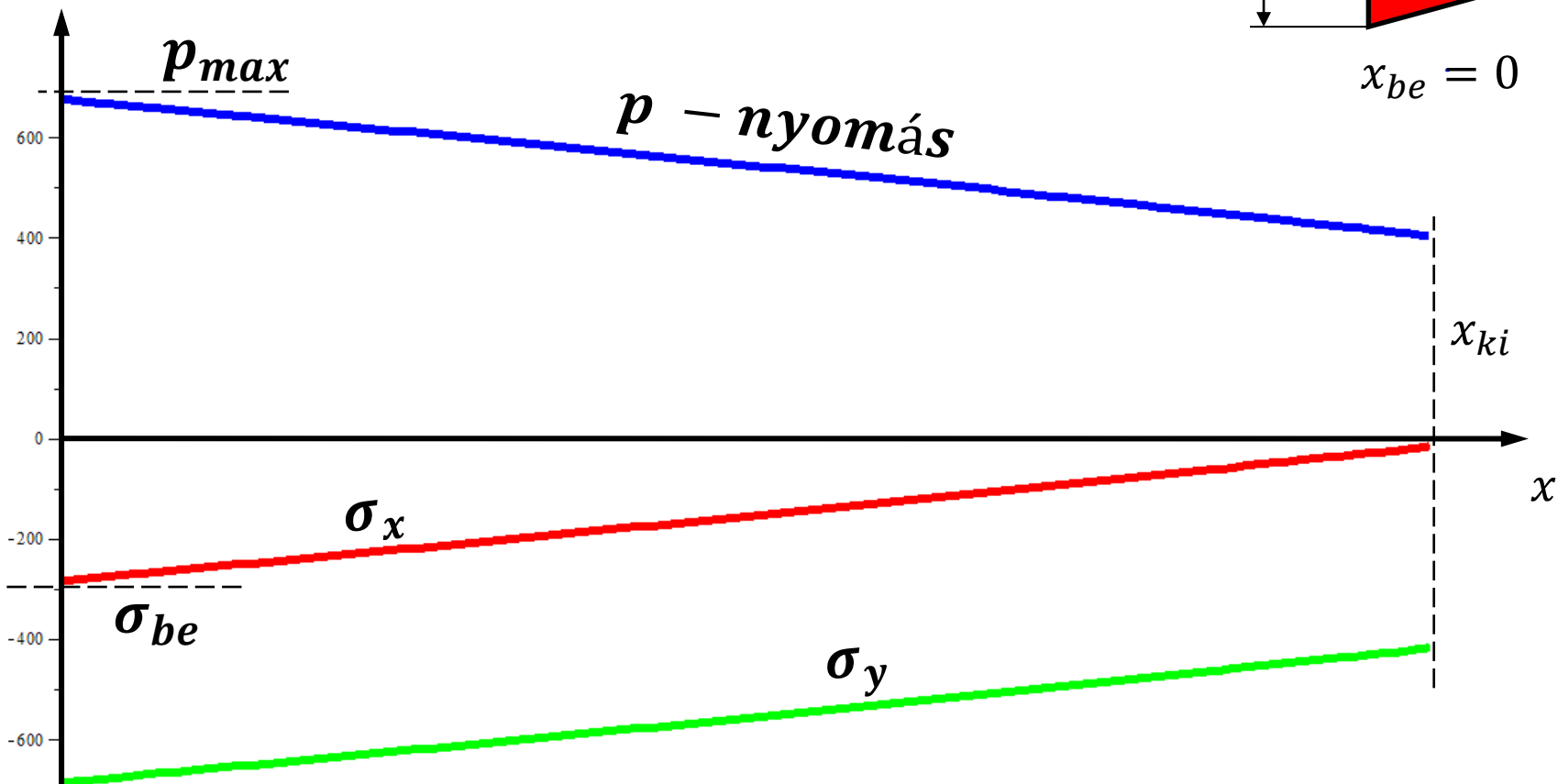
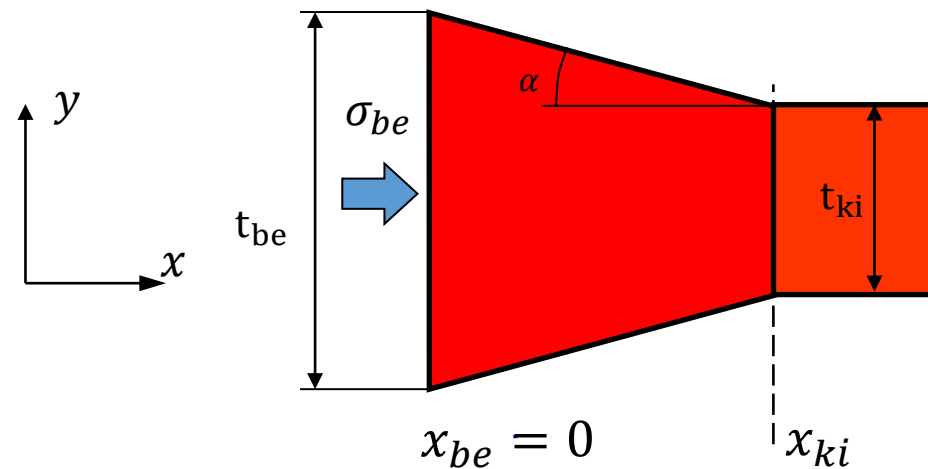
$$k_{fm} = 300 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,1$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$t_{be} = 3 \text{ mm}$$

$$t_{ki} = 2 \text{ mm}$$



- Ziaja Gy. Alakítástechnika jegyzet