

# Súrlódás

Alakítótechnológiák elmélete  
(BMEGEMTNG00)

- Tribológiai alapismeretek - súrlódás és kopás
  - A súrlódás jelensége
  - Befolyásoló tényezők
- Súrlódási állapotok
- Súrlódási modellek az alakítástechnikában
- Átmeneti függvények
- Kopás
- Súrlódási együttható mérése

A **tribológia** az egymással kölcsönös mozgási viszonyban lévő felületeket kutató tudományág.

Az érintkező, egymáson terhelés alatt elmozduló felületeken lejátszódó **súrlódási és kopási folyamatok** a képlékenyalakítás műveleteire is jelentősen hatnak.

A **súrlódás** a felületek elmozdulását akadályozó hatás, amely az elmozdulást akadályozó erővel jellemezhető. Súrlódás során a kölcsönhatásban lévő testek felületéről a mechanikai és a hőigénybevétel következtében anyagdarabkák válnak le, hegednek össze a másik felülettel és válnak le újra.

Ez a **kopás** jelensége, melynek során egyrészt anyagveszteség (méretváltozás) lép fel, másrészt az érintkező felületek is károsodnak.

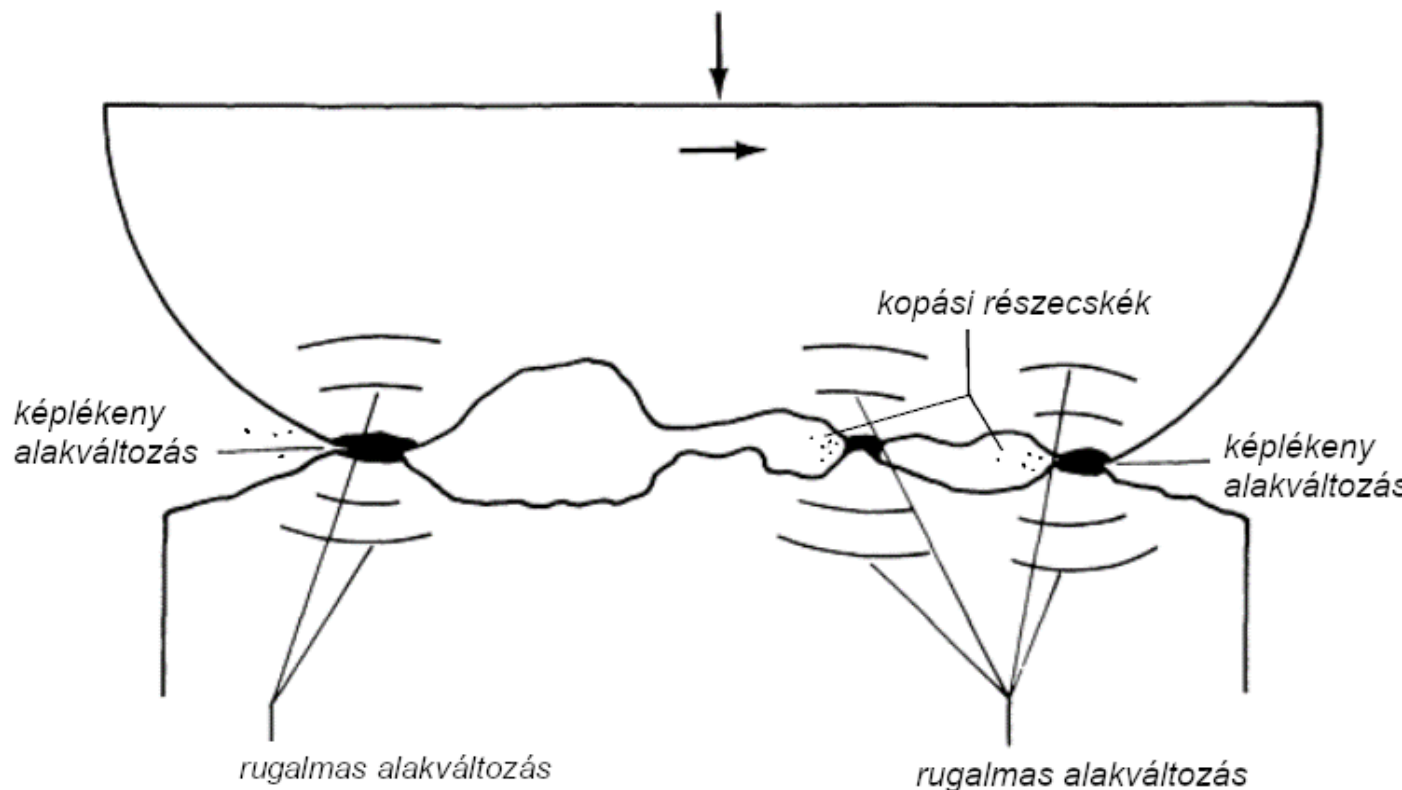
A **munkadarab felületének** károsodása: minőségi probléma.

A **szerszám felületének** károsodása : csökkenő élettartam.

Mozgó gépalkatrészek esetében a súrlódás az oka, hogy a befektetett energia jelentős része elveszik (**disszipáció**).

Ez a disszipált energia elsődlegesen **hővé alakul**, azonban több más alakítás közbeni folyamat is ennek köszönhető, például az **érintkező felületek kopása**.

A felületek kopása mikroszkopikus szinten egy **alakvátozási** és **anyagtönkremeneteli** folyamat.



Mikroszkopikus szinten a felületek soha nem tökéletesen simák, még a polírozott felületeken is mérhetőek felületi hibák, kiemelkedések, benyomódások, stb.

Két felület összenyomásakor az **érdességcsúcsok kerülnek érintkezésbe**, a felület túlnyomó része nem érintkezik. A *lokális nyomások* ezeken a helyeken sokkal nagyobbak mint a *névleges nyomás*, akár az **anyag alakítási szilárdságát is elérhetik**.

Ebben az esetben az egyik, vagy mindkettő felület helyi képlékeny alakváltozást szenved. Anyagpárosítás és felületi jellemzőktől függően bizonyos esetekben a felületek **összehegednek**, anyaghidak jönnek létre.

Ezek az anyaghidak a felületek elmozdulásával elszakadnak. Ez adja a súrlódás *adhezív komponensét*.

Az érdességcsúcsok felszánthatják a felületeket, aminek eredményeként romlik a felületi minőség.

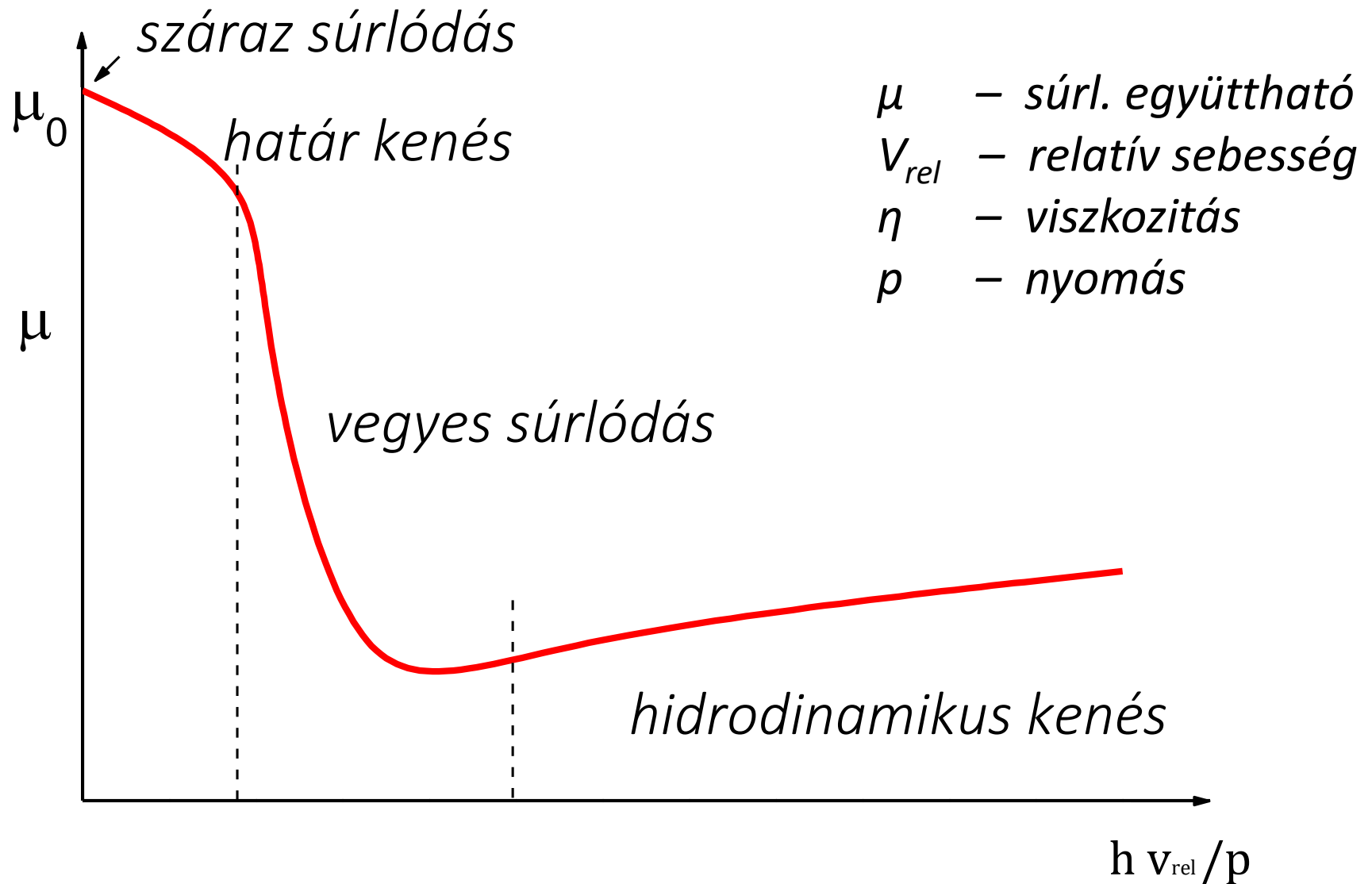
A letöredezett kopási részecskék bent szorulnak az elmozduló felületek között, ami szintén hozzájárul a súrlódó erő növekedéséhez.

A csúcsokon végbemenő alakváltozási folyamat olyan mértékben lokalizálódott, és olyan rövid idő alatt zajlik le, hogy akár **extrém nagy hőfejlődéssel is járhat**. Ennek a mértéke attól függ, hogy milyen gyorsan képződik a hő, illetve az milyen gyorsan tud távozni a környezetbe.

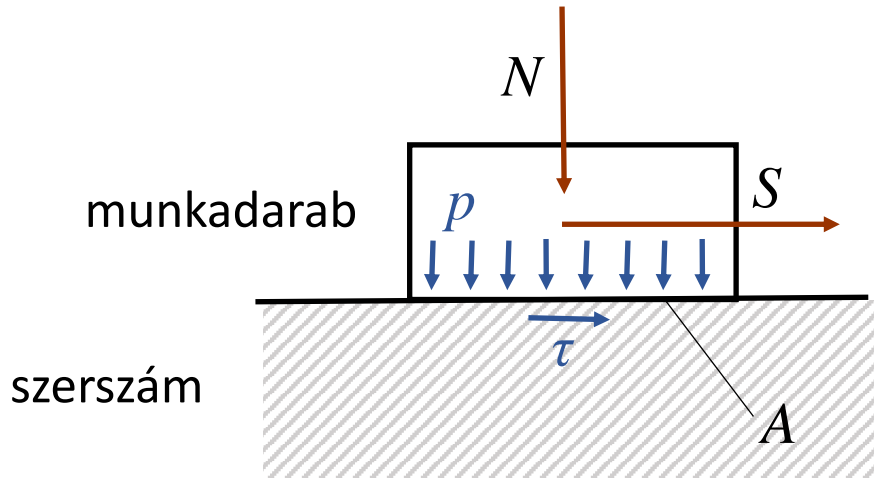
Emiatt ezeken helyeken gyors *oxidációs*, nagymértékű *képlékeny alakváltozási* és *diffúziós folyamatok* mehetnek végbe, amik mind befolyásolják a **kopási folyamatot**.

Olyan sokféle különböző folyamat okozza a súrlódási erőt, hogy a súrlódási jellemzőket **nem tekinthetjük anyagtulajdonságnak**, hanem egy olyan jelenségnek, ami függ az **anyagjellemzőktől**, a **felületi minőségtől** és **jellemzőktől** és a **mérési körülményektől**.

Különböző laboratóriumok által készült mérési eredmények akár 20-30%-kal is eltérhetnek egymástól, annak ellenére hogy a vizsgálati módszerek és körülmények azonosak.



Az **Amonton-Coulomb** súrlódási modell szerint ha egy testet  $Q$  erővel nyomunk egy másik testhez, akkor a test elmozdításához  $S$  erő szükséges.

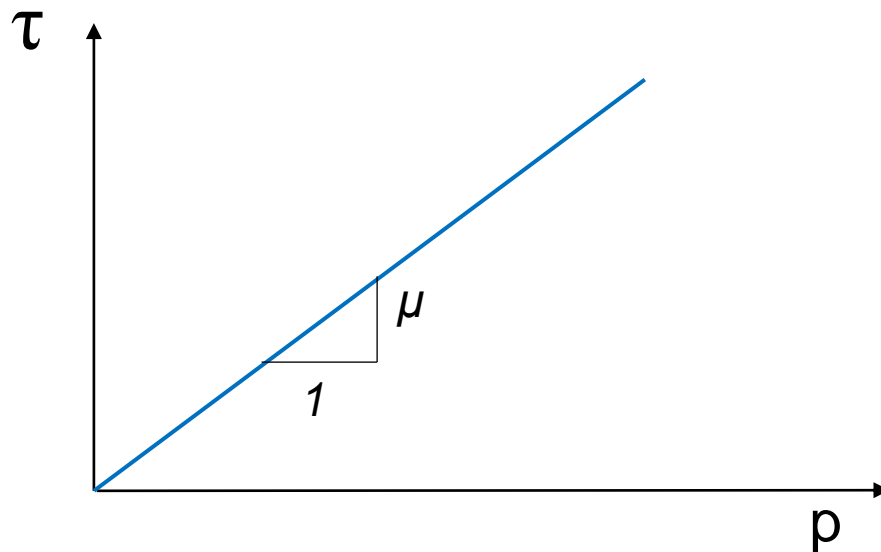


$$S = \mu Q$$

$\mu$  – súrlódási együttható

$$\frac{S}{A} = \mu \frac{Q}{A}$$

$$\tau = \mu p$$



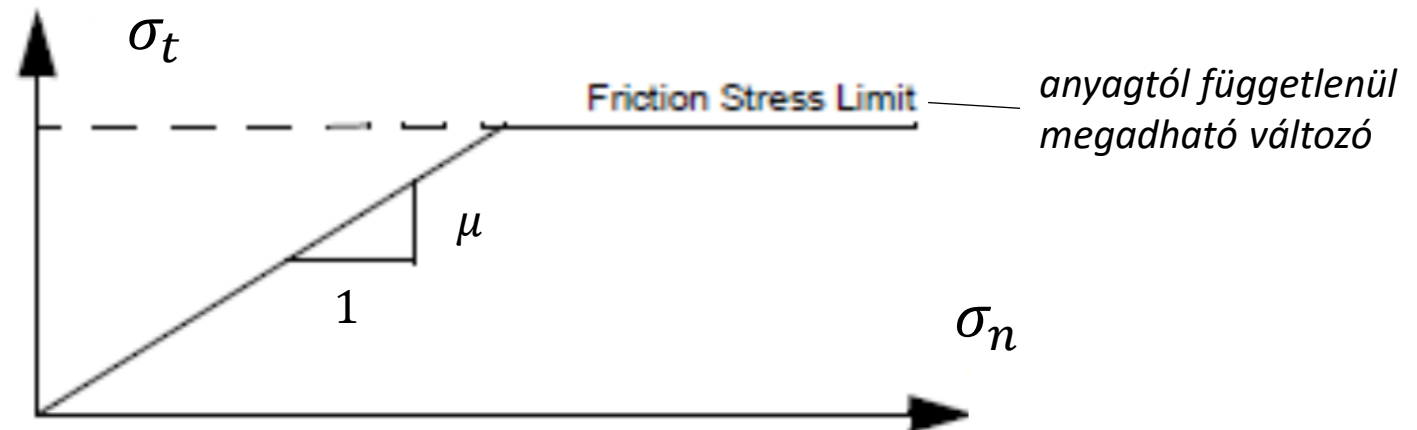
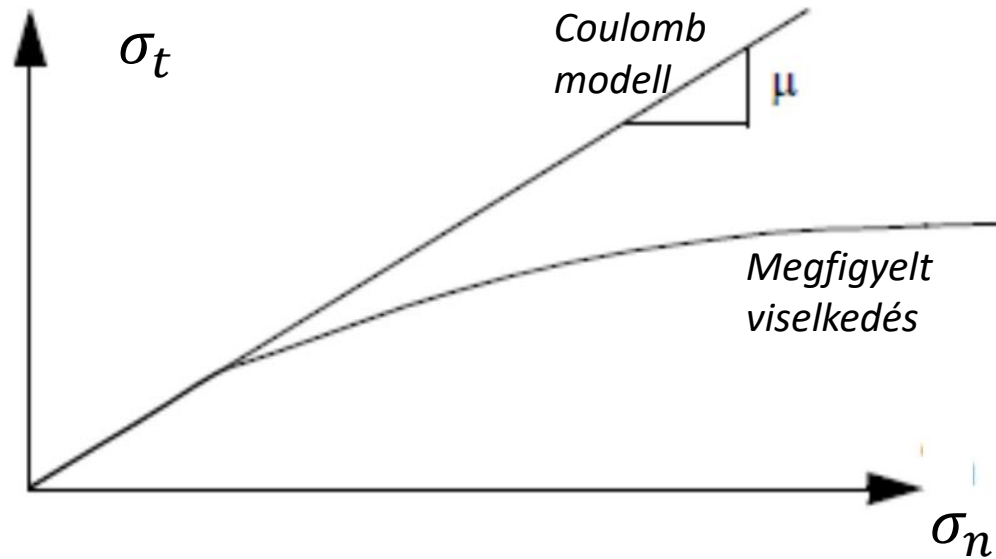
Tapadási súrlódással kiegészítve:

Tapadás esetében  $\sigma_t < \mu \sigma_n$

Csúszás esetében  $\sigma_t = \mu \sigma_n$



Amonton-Coulomb modell végeselemes számításokban.

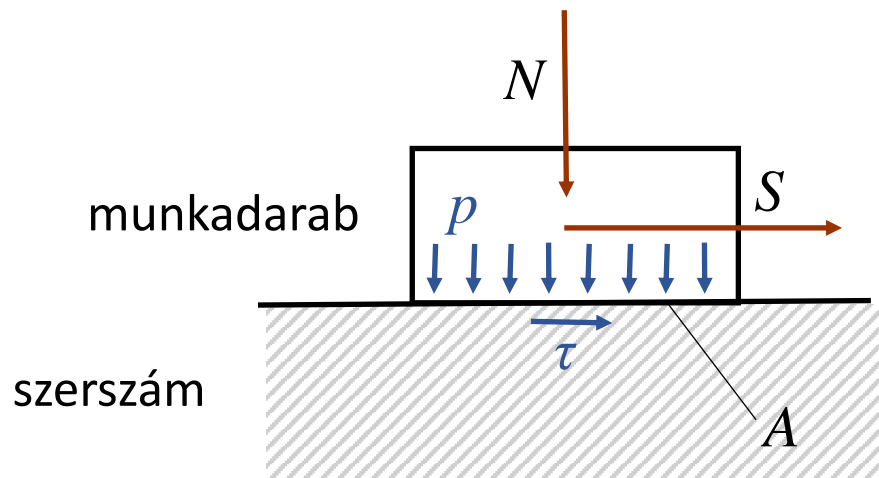


- A súrlódás független a relatív sebességtől.
- A súrlódás egyenesen arányos a nyomással.
- A súrlódás irányfüggetlen.

## Jellemző súrlódási együttható értékek

<i>Nagyon jól kent csapágy:</i>	0,03 vagy nagyobb
<i>Szárazon futó csapágy:</i>	0,5 – 0,7
<i>Fémtiszta felületek vákuumban:</i>	akár 5 is lehet
<i>Kényelmes sétáláshoz szükséges:</i>	0,2 – 0,3
<i>Cipőtalp csúszós padlón:</i>	~0,15
<i>Korcsolyázáskor:</i>	< 0,05
<i>Térdízület:</i>	~0,02

Az **Kudo** súrlódási modell szerint, ha két testet összenyomunk, akkor a felületen ébredő csúsztató feszültség a lágyabb anyag nyíró alakítási szilárdságának  $m$ -szerese.



$$\tau = m \tau_f$$

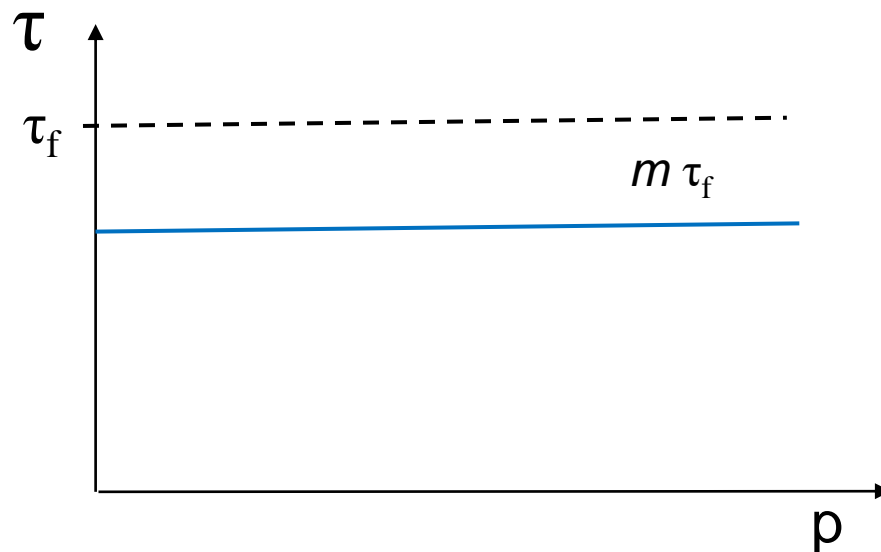
$$\tau = m \frac{1}{\sqrt{3}} k_f$$

$m=0..1$  – súrlódási együttható

$\tau_f$  – nyíró alakítási szilárdság

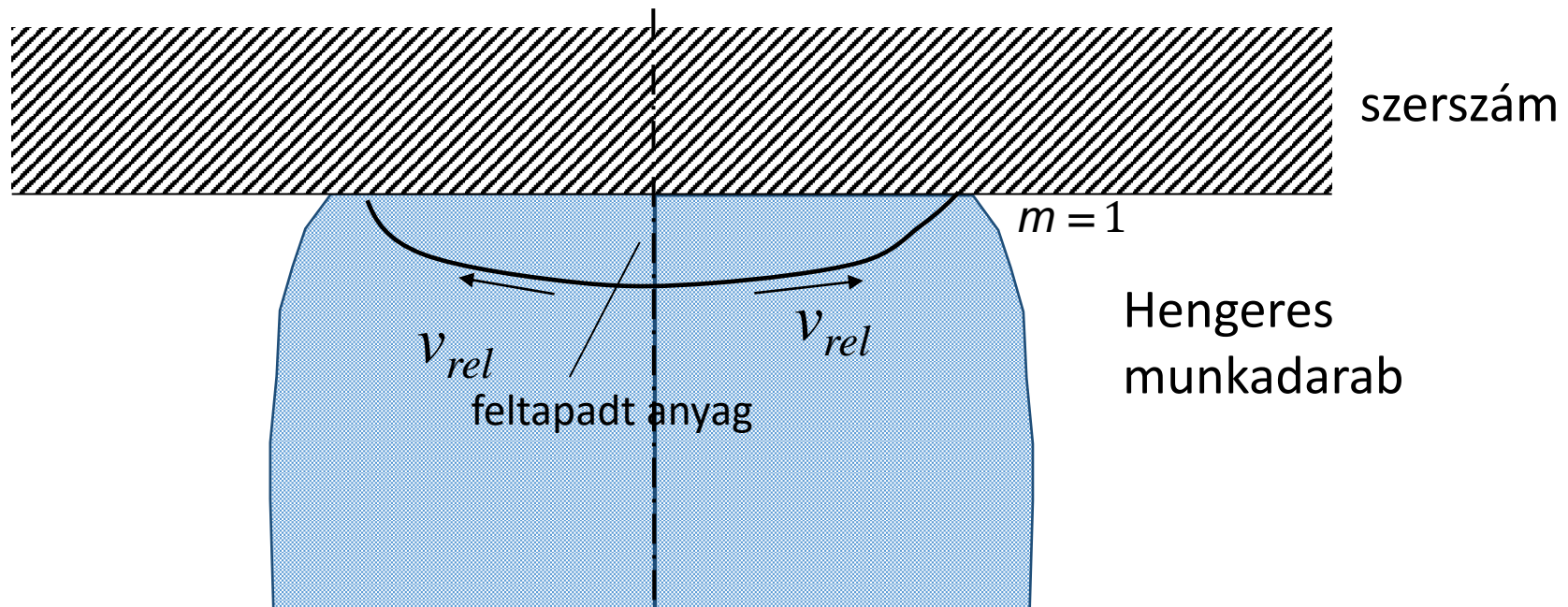
$k_f$  – alakítási szilárdság

$$k_f = f(\varphi, \dot{\varphi}, T)$$



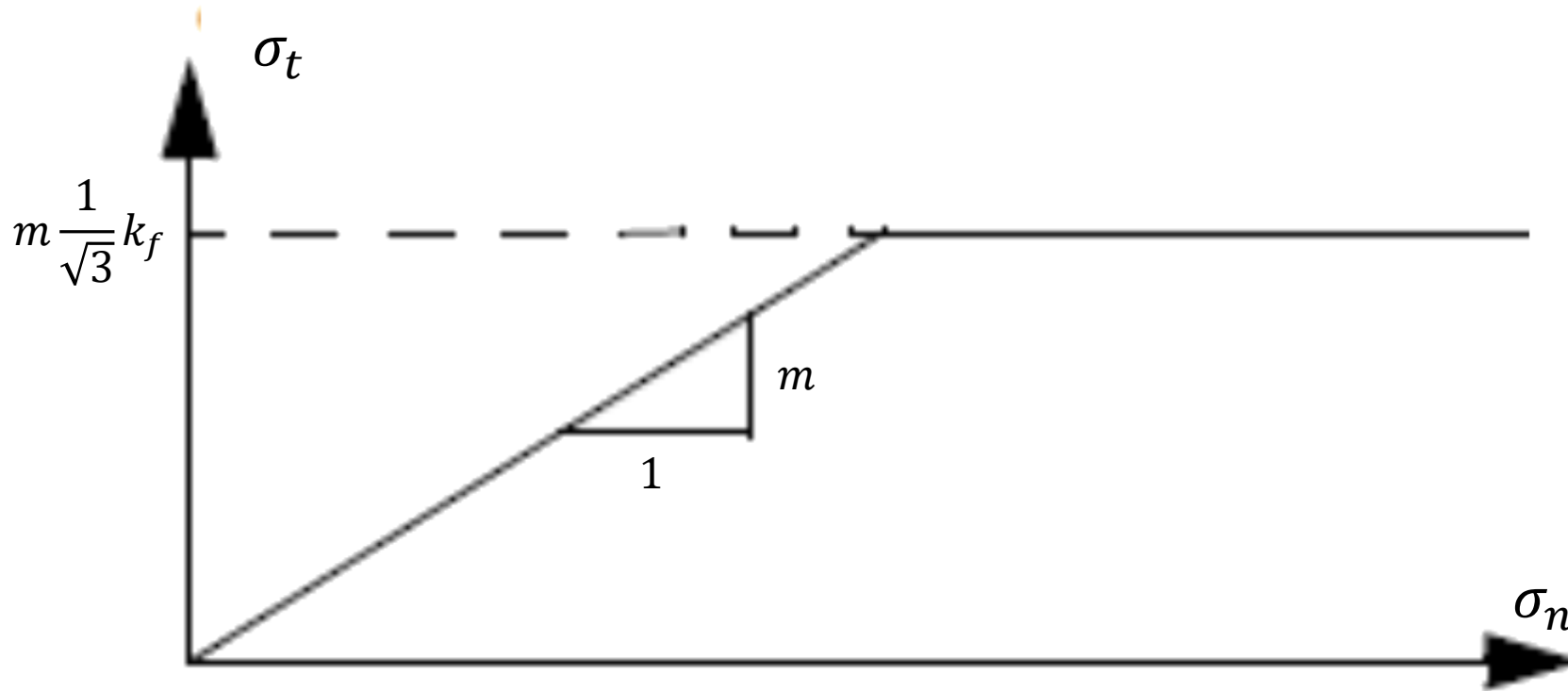
- A súrlódás független a relatív sebességtől.
- A súrlódás független a nyomástól.
- A súrlódás az anyag alakítási szilárdságának függvényében változhat
- A súrlódás irányfüggetlen.

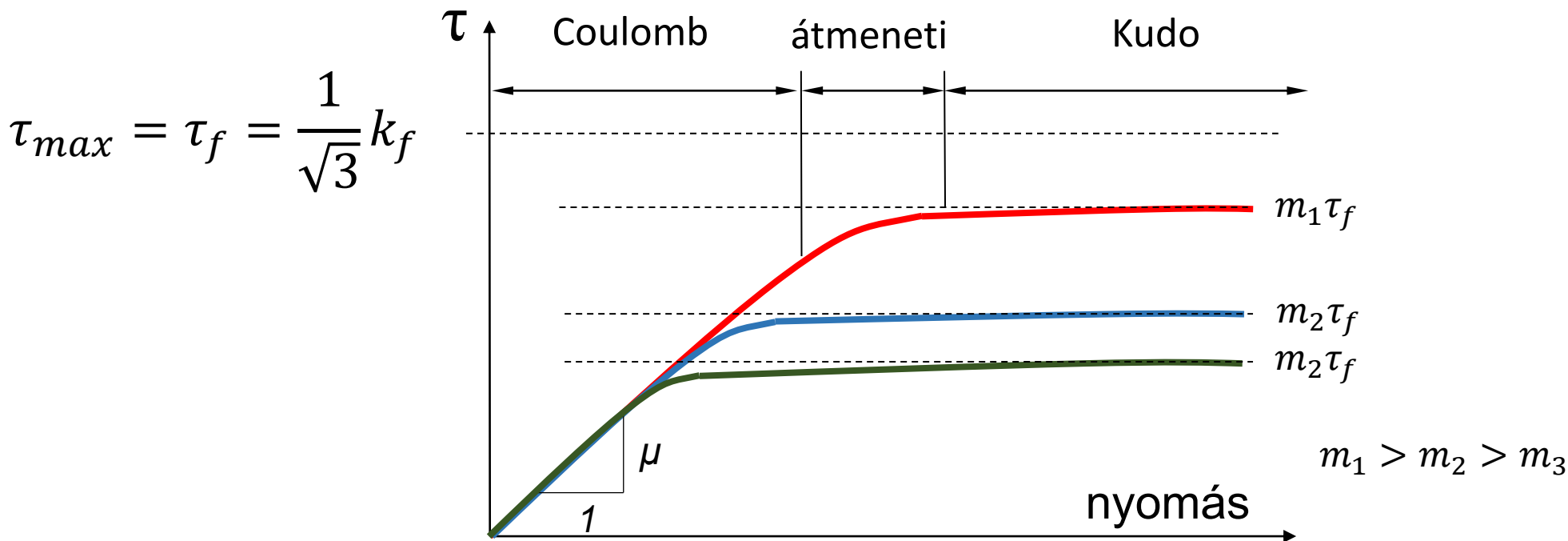
**Szélső példa:** Hengeres test zömítése rossz kenési viszonyok között



Kudo -féle modell (Shear friction model) végeselemes számításokban.

$$\sigma_t = \min \left( m\sigma_n ; m \frac{1}{\sqrt{3}} k_f \right)$$





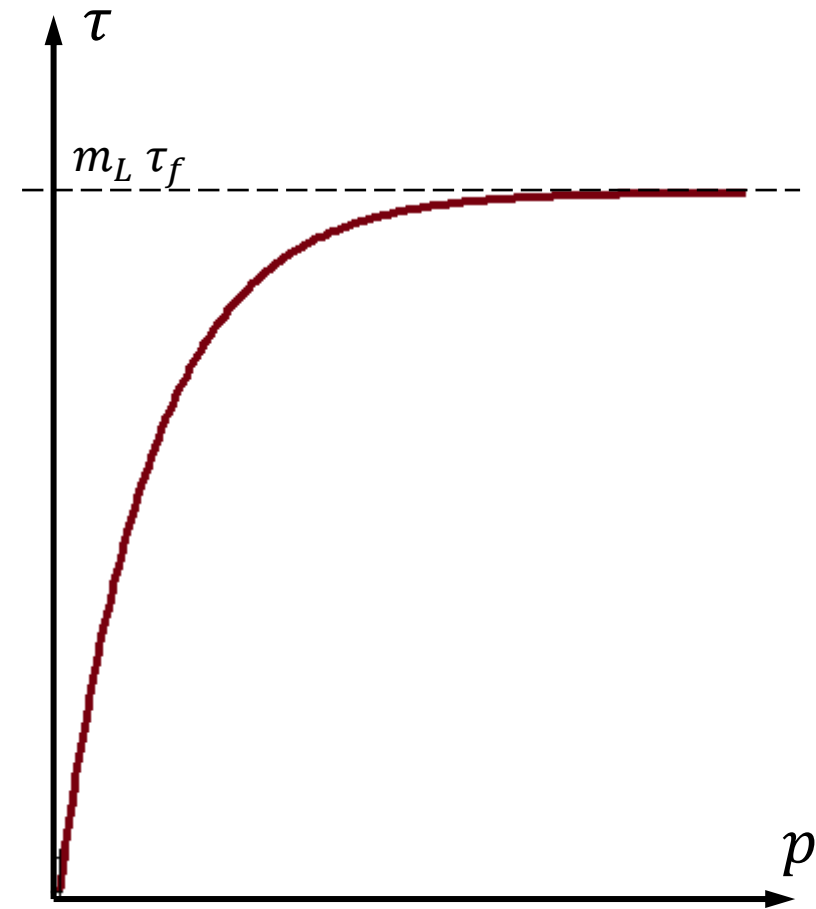
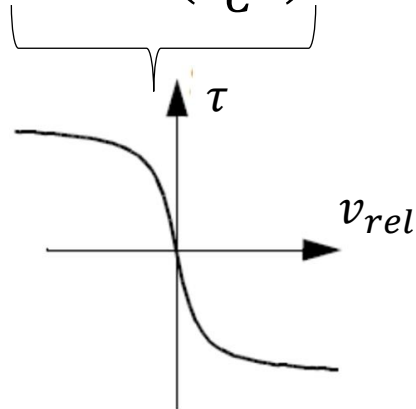
Összetettebb súrlódási modellek figyelembe vehetik a relatív sebesség, vagy akár a hőmérséklet hatását is, vagy az akadozó csúszást is.

Kis nyomások esetében a lineáris Coulomb jellegű súrlódás dominál, nagyobb nyomások esetében pedig Kudo.

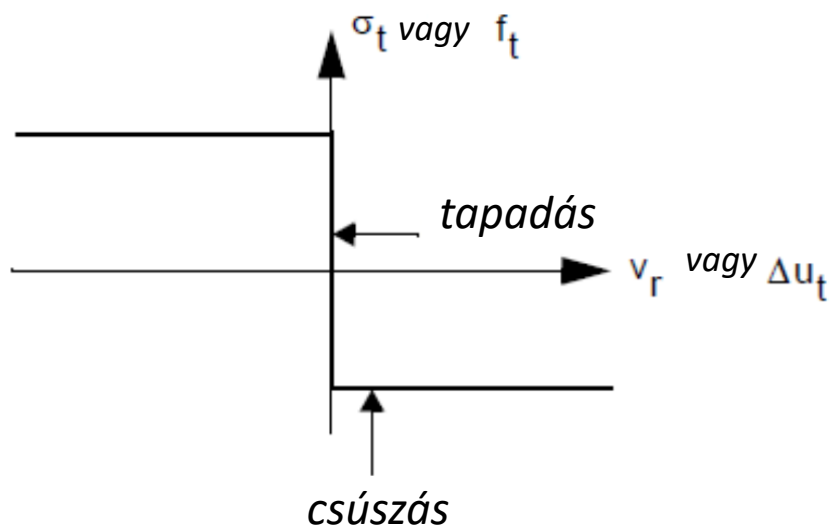
$$\tau = m_L \left[ 1 - e^{\left(-1.25 \frac{p}{k_f}\right)} \right] \tau_f$$

Az irányváltás problémáját figyelembe véve:

$$\tau = m_L \arctan\left(\frac{v_{rel}}{c}\right) \left[ 1 - e^{\left(-1.25 \frac{p}{k_f}\right)} \right] \tau_f$$

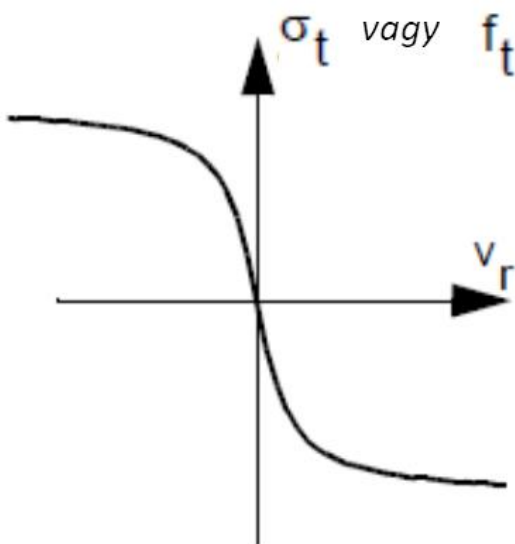


Olyan technológiák elemzésénél érdemes alkalmazni ahol a súrlódásnak kiemelt szerepe van (pl. hengerlés).

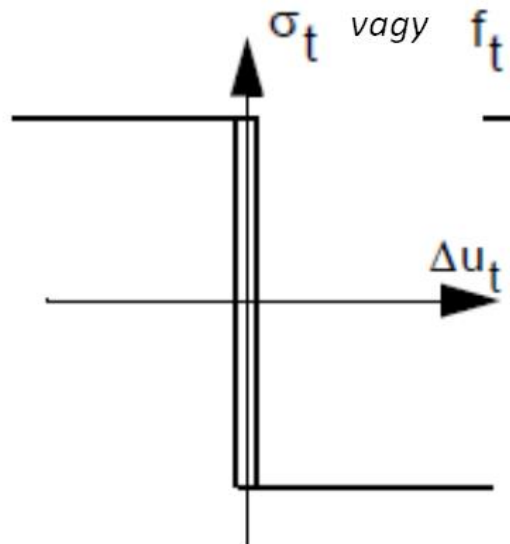


A súrlódási erő (vagy feszültség) értékének ugrásszerű változása nagyon könnyen numerikus problémákhoz vezet. Emiatt pl. az irányváltásból adódó előjel váltást különböző átmeneti függvényekkel oldjuk meg.

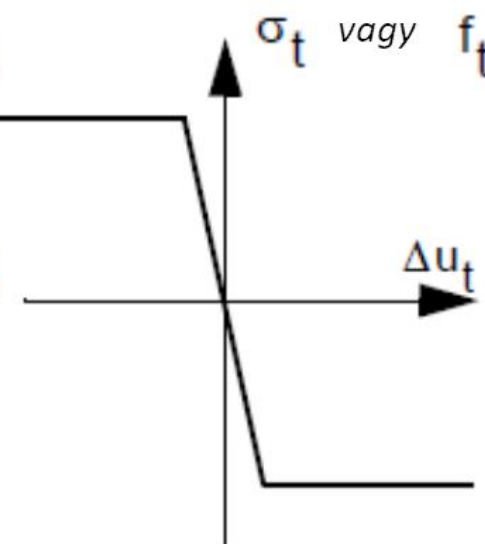
$v_r$  - felületek relatív sebessége  
 $\Delta u_t$  - tangenciális elmozdulás növekmény



arkusz tangens  
modell



akadozó csúszás  
modell

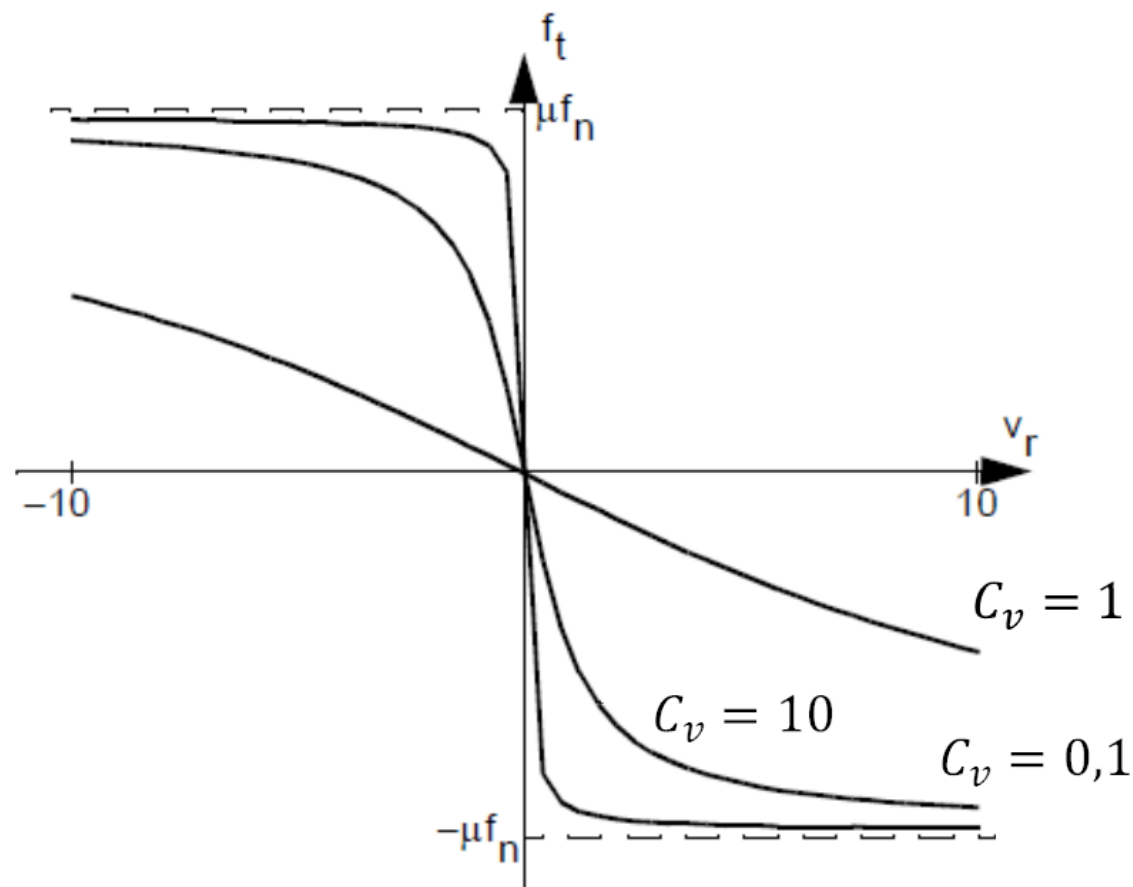


Bilineáris  
modell



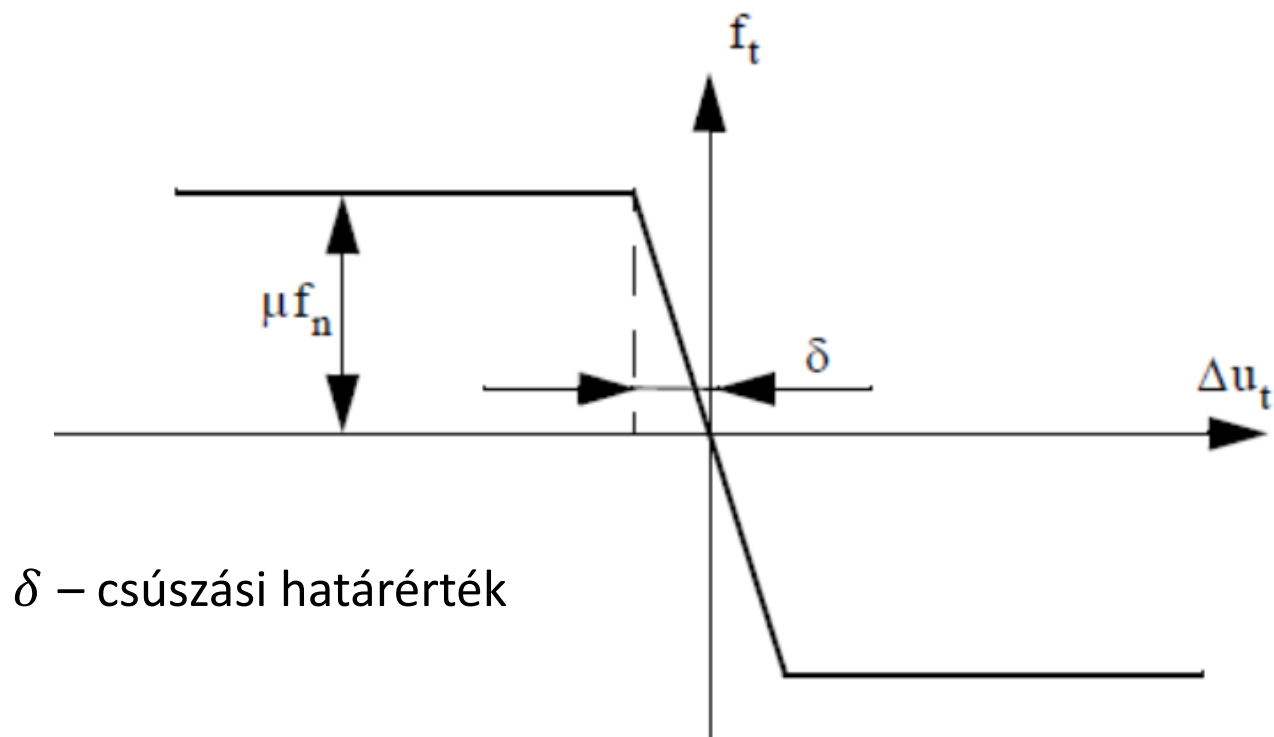
## Arkusz tangens modell

$$\sigma_t = -\mu\sigma_n \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{v_r}{C_v}\right) t$$



$C_v$  értéke annak a relatív határsebességnek feleltethető meg, amely alatt tapadás valósul meg.

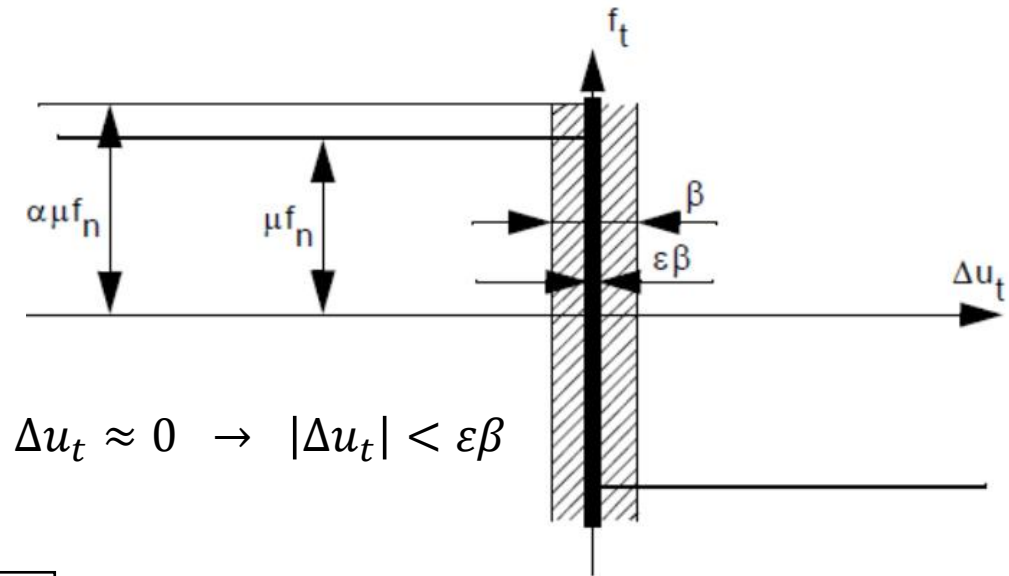
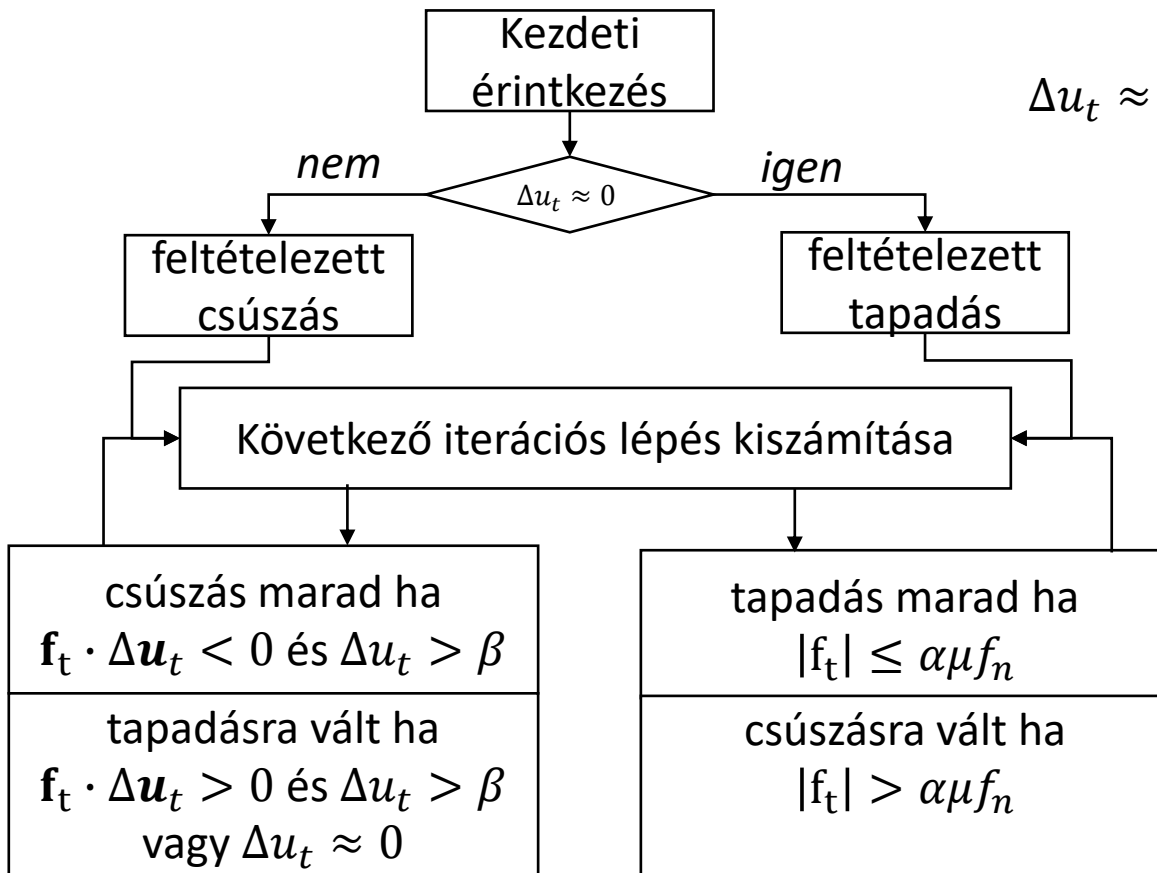
## Bilineáris model



$\delta$  – csúszási határérték

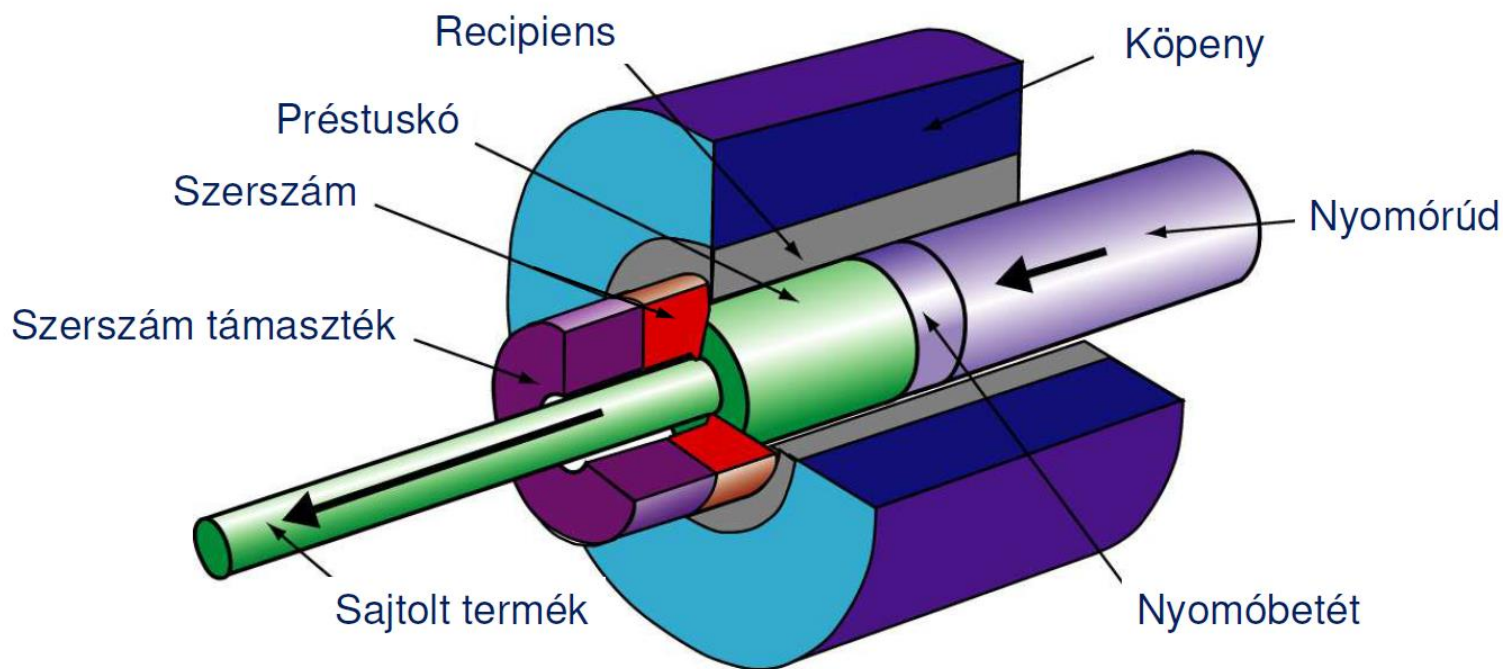
A  $\delta$  csúszási határérték vagy relatív elcsúszási határ, amely alatt tapadás van a felületek között.

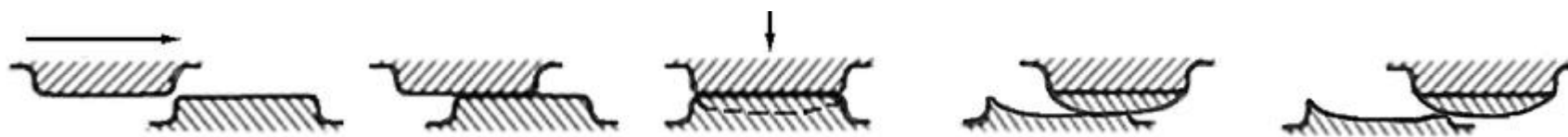
## Akadozó csúszás



$\mathbf{f}_t \cdot \Delta \mathbf{u}_t$  - a súrlódási erővektor és az elmozdulásvektor skalárszorzata

- $\alpha$  – tapadó súrlódási szorzó
- $\beta$  – akadozó csúszás átmeneti tartománya
- $\varepsilon$  – redukciós faktor





## Archard modell

$$W = N_c \int \frac{K(T)}{H(T)} \sigma_n |v_{rel}| dt$$

A kopás mértékét (mm) a  $W$  mennyiség jellemzi. Ez a felületre normál irányú anyagfogyás a szerszám felületén.

- $\sigma_n$  – normál feszültség komponens (felületi nyomás)
- $v_{rel}$  – relatív sebesség
- $K$  – kopási együttható
- $H$  – szerszám keménység
- $N_c$  – ciklusszám

A  $K$  kopási együttható és a  $H$  keménység mértékegységeinek összhangban kell lenniük. Az előbbit mérési sorozatok alapján lehet egy-egy anyagpárra meghatározni.

A súrlódás az alakító műveletben **egyenetlen deformációeloszláshoz vezet**, ezáltal befolyásolja az alakítandó test **feszültségi állapotát**. A különböző mértékű deformációhoz - különböző mértékű keményedés tartozik, azaz **térfogatrészenként változnak az alakított darab mechanikai tulajdonságai**.

A súrlódó erők miatt az alakító művelet **munka- és erőszükséglete megnövekszik**. Ez a hatás nemcsak az energiaráfordítás növekedése miatt, de a **szerszámok igénybevételének** növekedése miatt is figyelemre méltó.

A súrlódás, illetve az általa okozott kopás, **csökkenti a szerszámok élettartamát, romlik a munkadarabok felületi minősége**.

A súrlódás káros következményeit **kenéssel lehet csökkenteni**. Ez azonban jelentősen bonyolíthatja a technológiát. Az alakítást megelőző **felületkezelési, kenőanyag felviteli és kenőanyag eltávolítási műveletek** egyaránt költségesek.

## Kinematikai vizsgálat

$$z = 0 \quad v_z = 0$$

$$z = h \quad v_z = -v_0$$

$$v_z = -\frac{v_0}{h}z$$

$$v = \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_z \end{bmatrix}$$

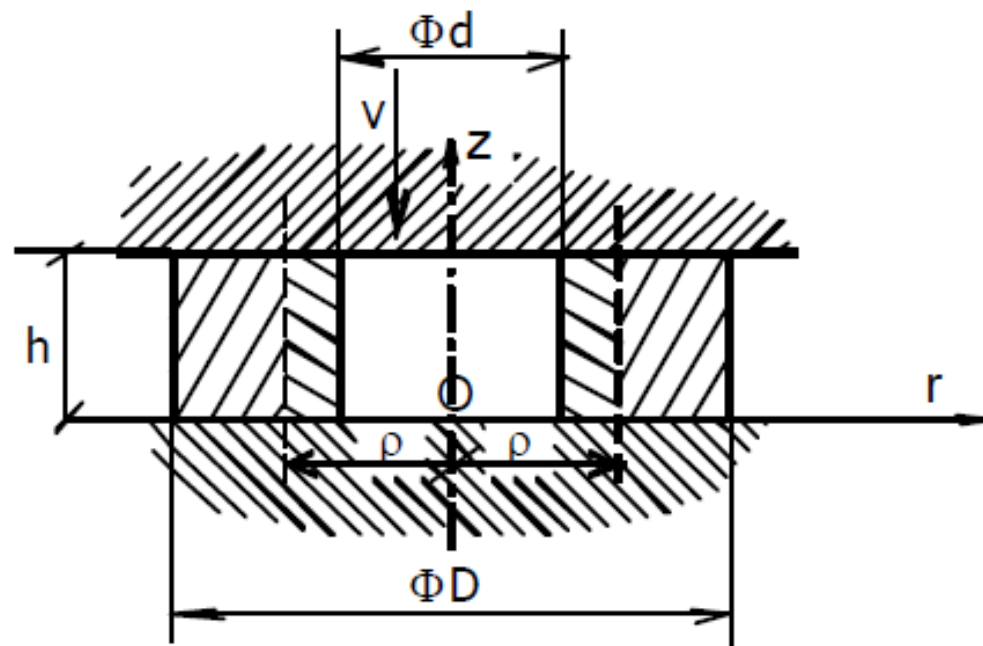
## Összenyomhatatlanság

$$\operatorname{div} v = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_r r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$v_r r = \int -r \frac{\partial v_z}{\partial z} dr$$

$$v_r = \frac{v_0 r}{2h} + \frac{C}{r}$$



$$\dot{\phi}_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}$$

$$\dot{\phi}_{\varphi\varphi} = \frac{v_r}{r}$$

$$\dot{\phi}_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$v_r = \frac{v_0 r}{2h} + \frac{C}{r}$$

$$v_r|_{r=\rho} = 0 = \frac{v_0 \rho}{2h} + \frac{C}{\rho}$$

$$C = -\frac{v_0}{2h} \rho^2$$

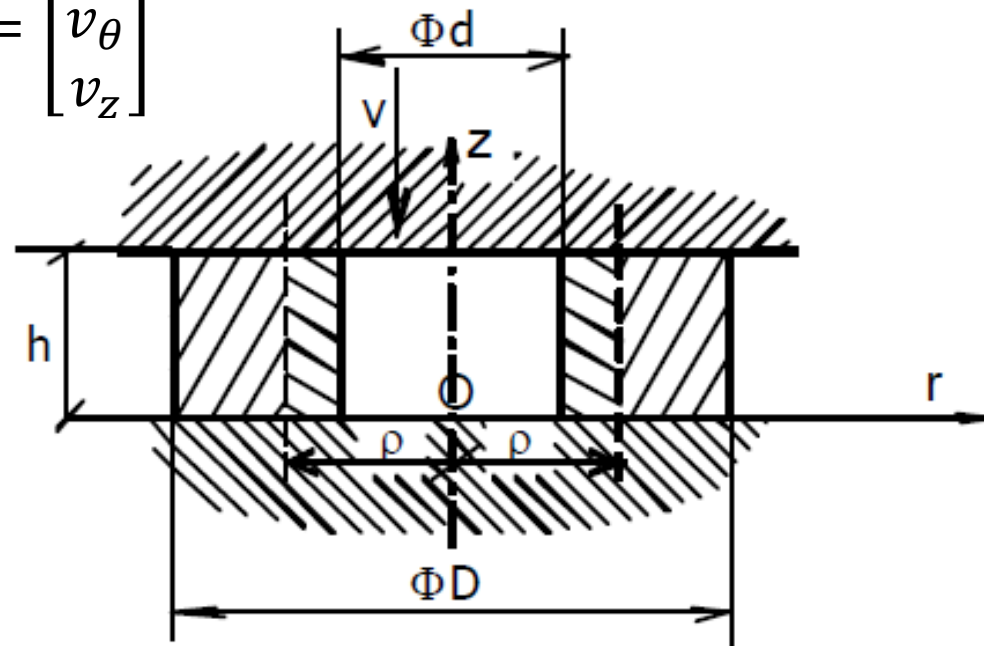
$$v_r = \frac{v_0}{2h} \left( r - \frac{\rho^2}{r} \right)$$

$$\dot{\varphi}_{rr} = \frac{v_0}{2h} \left( 1 + \frac{\rho^2}{r^2} \right)$$

$$\dot{\varphi}_{\varphi\varphi} = \frac{v_0}{2h} \left( 1 - \frac{\rho^2}{r^2} \right)$$

$$\dot{\varphi}_{zz} = -\frac{v_0}{h}$$

$$v = \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \\ v_z \end{bmatrix}$$



Egyenértékű alakváltozási sebesség:

$$\bar{\dot{\varphi}} = \frac{v_0}{\sqrt{3}h} \sqrt{3 + \frac{\rho^4}{r^4} \left( 1 + \frac{\rho^2}{r^2} \right)}$$



Egyensúlyi egyenletek:

$$(1) \quad \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} = 0$$

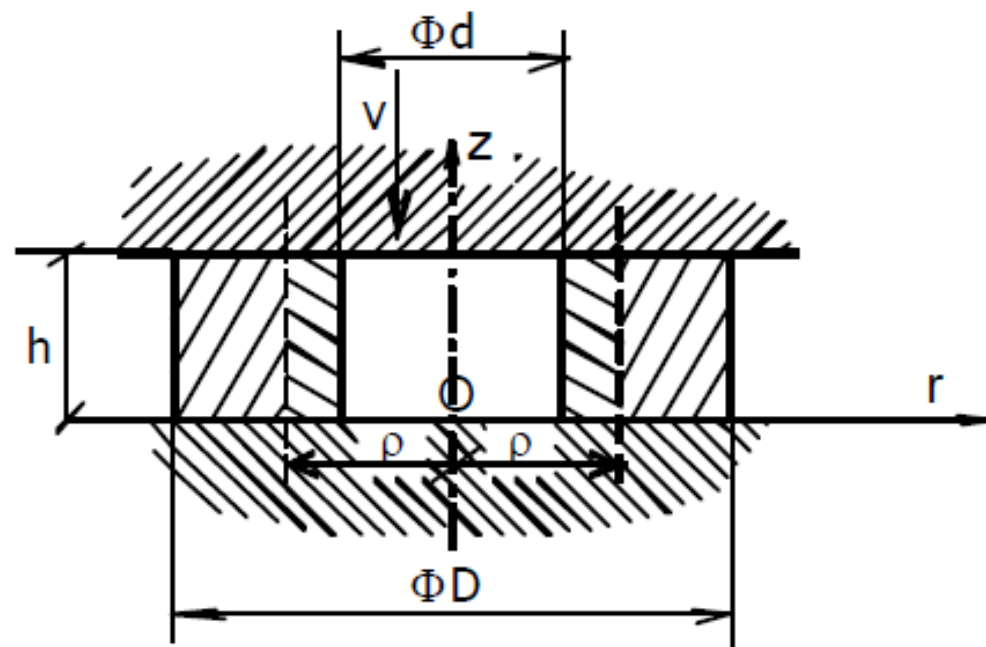
$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{zr}}{r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0$$

Levy-Mises egyenlet szerint:

$$\dot{\varphi} = \lambda \sigma'$$

$$(2) \quad \frac{\lambda \sigma'_{\varphi\varphi} - \lambda \sigma'_{zz}}{\lambda \sigma'_{rr} - \lambda \sigma'_{\varphi\varphi}} = \frac{\dot{\varphi}_{\varphi\varphi} - \dot{\varphi}_{zz}}{\dot{\varphi}_{rr} - \dot{\varphi}_{\varphi\varphi}} \longrightarrow \frac{\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz}}{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}} = \frac{\dot{\varphi}_{\varphi\varphi} - \dot{\varphi}_{zz}}{\dot{\varphi}_{rr} - \dot{\varphi}_{\varphi\varphi}} = \frac{3r^2 - \rho^2}{2\rho^2},$$

$$(3) \quad \frac{\lambda \sigma'_{zz} - \lambda \sigma'_{rr}}{\lambda \sigma'_{rr} - \lambda \sigma'_{\varphi\varphi}} = \frac{\dot{\varphi}_{zz} - \dot{\varphi}_{rr}}{\dot{\varphi}_{rr} - \dot{\varphi}_{\varphi\varphi}} \longrightarrow \frac{\sigma_{zz} - \sigma_{rr}}{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}} = \frac{\dot{\varphi}_{zz} - \dot{\varphi}_{rr}}{\dot{\varphi}_{rr} - \dot{\varphi}_{\varphi\varphi}} = -\frac{3r^2 + \rho^2}{2\rho^2}$$



Folyási feltétel:

$$(4) \quad \sigma_{HMH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 6(\sigma_{r\varphi}^2 + \sigma_{rz}^2 + \sigma_{z\varphi}^2)} = k_f$$

Tegyük át a  $z=0$  síkot a magasság feléhez. Az érintkező felületen  $\tau$  feszültség ébred.

$$\sigma_{rz} = \sigma_{zr} = \mp \frac{2\tau}{h} z$$

$$(4) \xrightarrow{+(2)(3)} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\rho^2}{\sqrt{3r^4 + \rho^4}} \sqrt{k_f^2 \pm \frac{12\tau^2}{h^2} z^2}$$

Egyensúlyi egyenlet a folyási feltétellel kiegészítve :

$$(1) \longrightarrow \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\rho^2}{\sqrt{3r^4 + \rho^4}} \sqrt{k_f^2 \pm \frac{12\tau^2}{h^2} z^2} \mp \frac{2\tau}{h} = 0$$

A Kudo súrlódási modellt alkalmazva:  $\tau = m \frac{k_f}{\sqrt{3}}$   $sign(\tau) = -sign(v_{rel})$

Radiális feszültségeloszlást a  $z=0$  síkban. Peremfeltételek: a külső és belső palástfelületeken nem ébred feszültség.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{r} \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\rho^2}{\sqrt{3r^4 + \rho^4}} k_f - \frac{2mk_f}{h\sqrt{3}} = 0$$

$$\sigma_{rrk} = -\frac{2}{\sqrt{3}} k_f \int_r^{r_k} \frac{\rho^2}{r\sqrt{3r^4 + \rho^4}} dr + \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{k_f}{h} \int_r^{r_k} dr$$

$$\downarrow \sigma_{rrk} |_{r=r_k} = 0$$

$$\sigma_{rrk} = \frac{k_f}{\sqrt{3}} \ln \frac{r^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r_k^4 + \rho^4} \right)}{r_k^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r^4 + \rho^4} \right)} + \frac{2k_f}{\sqrt{3}h} m(r_k - r)$$

Külső zóna (k)

$$\sigma_{rrb} = -\frac{2}{\sqrt{3}} k_f \int_{r_b}^r \frac{\rho^2}{r\sqrt{3r^4 + \rho^4}} dr - \frac{2}{\sqrt{3}} m \frac{k_f}{h} \int_{r_b}^r dr$$

$$\downarrow \sigma_{rrb} |_{r=r_b} = 0$$

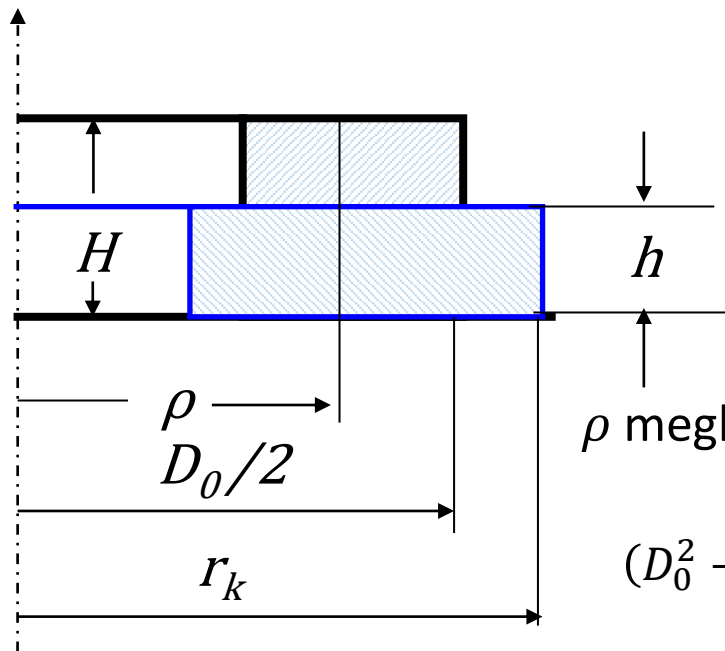
$$\sigma_{rrb} = \frac{k_f}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_b^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r^4 + \rho^4} \right)}{r^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r_b^4 + \rho^4} \right)} - \frac{2k_f}{\sqrt{3}h} m(r - r_b)$$

Belső zóna(b)

A két zóna határára statikailag igaz az a feltétel, hogy a két zónában ható radiális feszültség azonos, csak az előjelük ellentétes, vagyis

$$r=\rho\text{-nál } \sigma_{rrb} = -\sigma_{rrk}$$

$$\frac{k_f}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r_k^4 + \rho^4} \right)}{r_k^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3\rho^4 + \rho^4} \right)} + \frac{2k_f}{\sqrt{3}h} m(r_k - \rho) = -\frac{k_f}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_b^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3\rho^4 + \rho^4} \right)}{\rho^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r_b^4 + \rho^4} \right)} + \frac{2k_f}{\sqrt{3}h} m(\rho - r_b)$$



$$\ln \frac{r_k^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r_b^4 + \rho^4} \right)}{r_b^2 \left( \rho^2 + \sqrt{3r_k^4 + \rho^4} \right)} = \frac{2m}{h} (r_k + r_b - 2\rho)$$

$\rho$  meghatározása:

$$(D_0^2 - 4\rho^2) \frac{\pi}{4} H = (r_k^2 - \rho^2) \pi h \quad \rightarrow \quad \rho = \sqrt{\frac{D^2 H - 4r_k^2 h}{4(H - h)}}$$

