Számítási módszerek
Átlagfeszültség módszer

Alakítótechnológiák elmélete
(BMEGEMTNG00)

Témakörök

- Átlagfeszültség módszer
- Anyagáramlás szűkülő csatornában
- Átlagos alakítási szilárdság
- Az átlagfeszültség módszer lépései

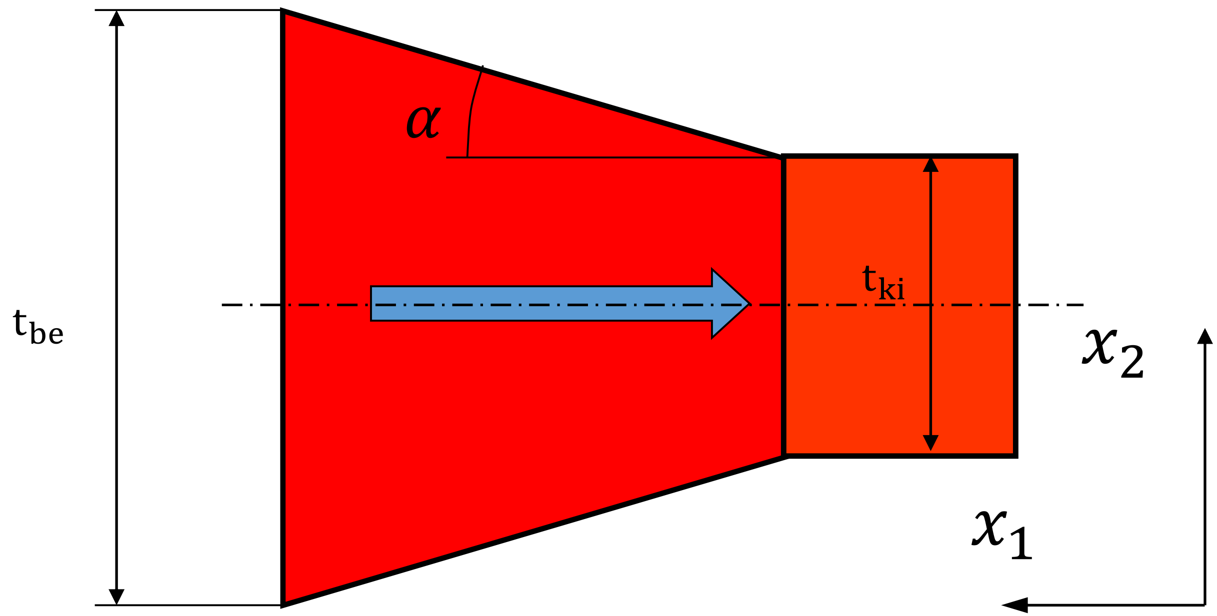
Átlagfeszültség módszer

- 1D-s feszültség / alakváltozás eloszlás;
- Homogén mezők a változás irányára merőlegesen;
- Egyszerűsített folyási feltétel;
- Geometriai egyszerűsítés;
- Közelítő peremfeltételek.

Anyagáramlás szűkülő csatornában

Az anyagot egy szűkülő keresztmetszetű alakítóüregen áthúzzuk vagy sajtoljuk.

A feladatot megoldhatjuk sík alakváltozási vagy tengelyszimmetrikus problémaként, illetve Kudo vagy Coulomb-féle súrlódási modell alkalmazásával.



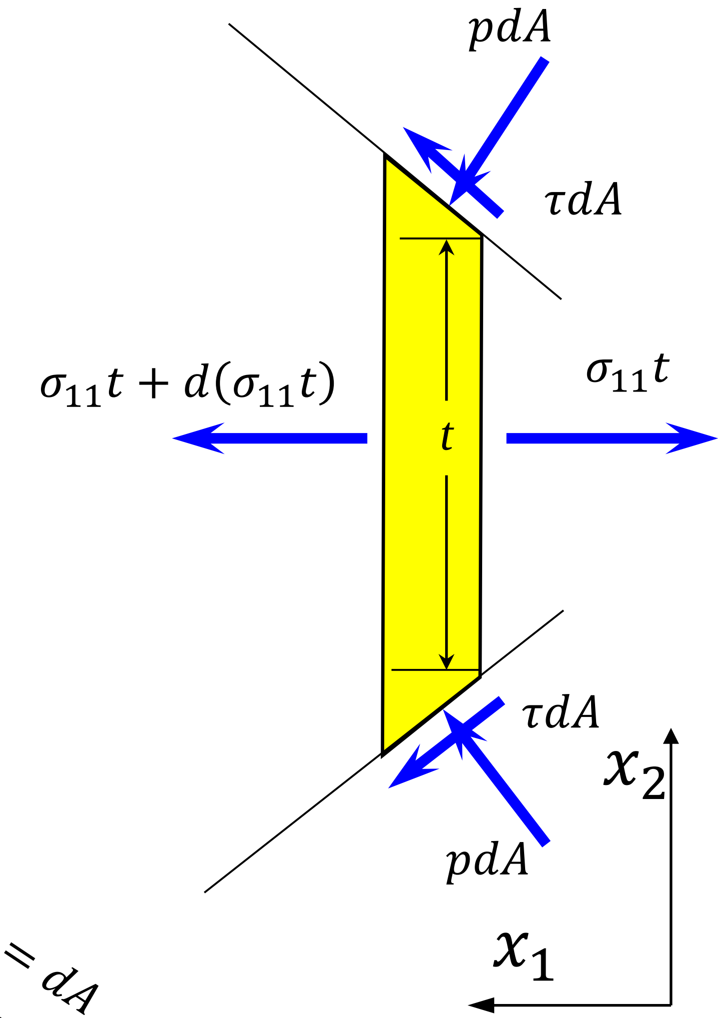
Átlagfeszültség sík alakváltozásra

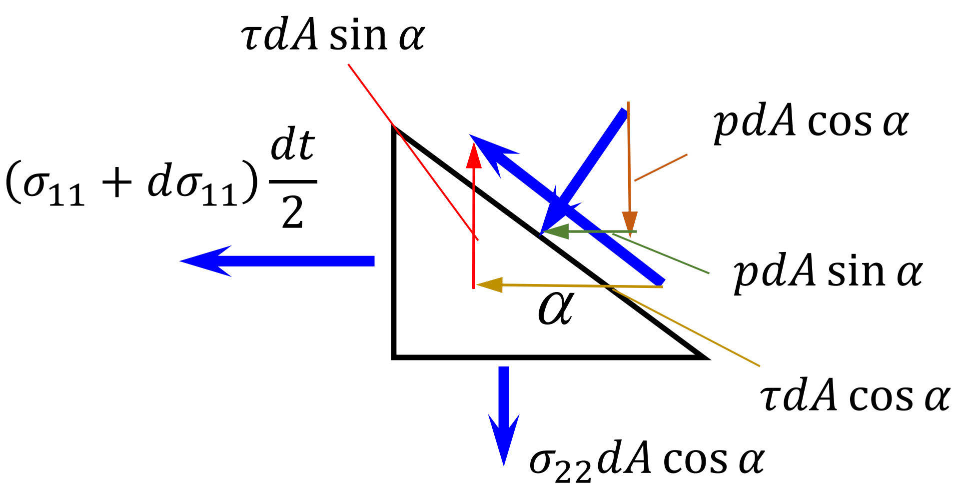
A t csatornamagassággal, mint változóval írjuk le a folyamatot.

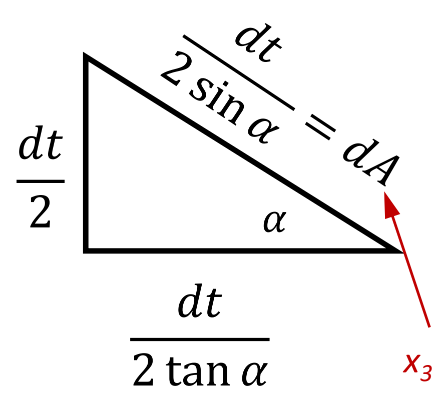
Coulomb súrlódási modellt használunk. $\tau = \mu p$

Azt feltételezzük, hogy az x_1 és x_2 irányok főirányok.

$$\sigma_1 = \sigma_{11} \qquad \sigma_2 = \sigma_{22}$$







x_3 irányban végtelen kiterjedésű a test.
Egységnyi (x_3) hosszra jutó felület

A statikai egyensúly elemzése:

$$\sum F_{x_2} = -pdA\cos\alpha + \tau dA\sin\alpha - \sigma_2 dA\cos\alpha = 0$$

$$\boxed{\tau = \mu p}$$

$$\sigma_2 = \tau\tan\alpha - p \longrightarrow \boxed{p = \sigma_2/(\mu\tan\alpha - 1)}$$

$$\sum F_{x_1} = -\sigma_1 t + (\sigma_1 t + d(\sigma_1 t)) + 2\tau dA\cos\alpha + 2pdA\sin\alpha = 0$$

$$d(\sigma_1 t) = -2dA(\tau\cos\alpha + p\sin\alpha) = -\frac{dt}{\sin\alpha}(\tau\cos\alpha + p\sin\alpha)$$

$$\sigma_1 dt + d\sigma_1 t = -dt(\tau cot\alpha + p) \longrightarrow d\sigma_1 = -[(\tau cot\alpha + p) + \sigma_1]\frac{dt}{t}$$

Amiből adódik:

$$d\sigma_1 = \left(\sigma_2\frac{1+\mu\cot\alpha}{1-\mu\tan\alpha} - \sigma_1\right)\frac{dt}{t} = [\sigma_2(1+B) - \sigma_1]\frac{dt}{t}$$

ahol $B = \frac{1+\mu\cot\alpha}{1-\mu\tan\alpha} - 1$

Átlagfeszültség sík alakváltozásra

A Lévy-Mises egyenletet alkalmazva sík alakváltozásra:

$$\dot{\varphi}_3 = 0\ ,\ \ \dot{\varphi}_3 = \dot{\lambda}\sigma_3' \qquad 0 = \dot{\lambda}\left(\sigma_3 - \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}\right) = \dot{\lambda}\left(\frac{2\sigma_3-\sigma_1-\sigma_2}{3}\right) \rightarrow 0 = \dot{\lambda}(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)$$

Ebből adódik a vizsgálati síkra merőleges feszültségkomponens értéke: $\sigma_3 = \dfrac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$

A Mises-féle folyási feltételt alkalmazva:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2} = k_f \xrightarrow[\sigma_1 > \sigma_2]{\text{mivel}} \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = k_f$$

$$\downarrow$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f$$

Így a differenciál egyenletünk a következő:

$$d\sigma_1 = \left[(1+B)\left(\sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f\right) - \sigma_1\right]\frac{dt}{t} \longrightarrow \frac{d\sigma_1}{B\sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)} = \frac{dt}{t}$$

Átlagfeszültség sík alakváltozásra

Megoldva az egyenletet:

$$\frac{d\sigma_1}{B\sigma_1 - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)} = \frac{dt}{t} \xrightarrow[k_f\ =\ \text{állandó}]{A = \frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)} \frac{d\sigma_1}{B\sigma_1 - A} = \frac{dt}{t}$$

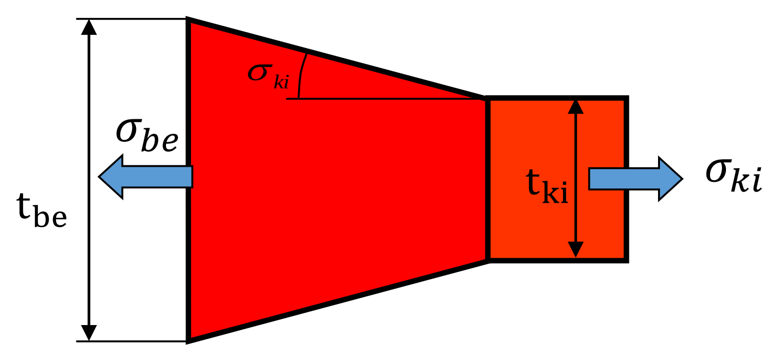
$$\frac{\ln(B\sigma_1 - A)}{B} = \ln(Ct) \longrightarrow \sigma_1 = \frac{Ct^B + A}{B}$$

A rúdhúzás peremfeltételével: $t = t_{be},\quad \sigma_1 = \sigma_{be} \quad k_f = \text{állandó}$

$$\sigma_1(t) = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}k_f(1+B)}{B}\left[1 - \left(\frac{t}{t_{be}}\right)^B\right] + \left(\frac{t}{t_{be}}\right)^B \sigma_{be}$$

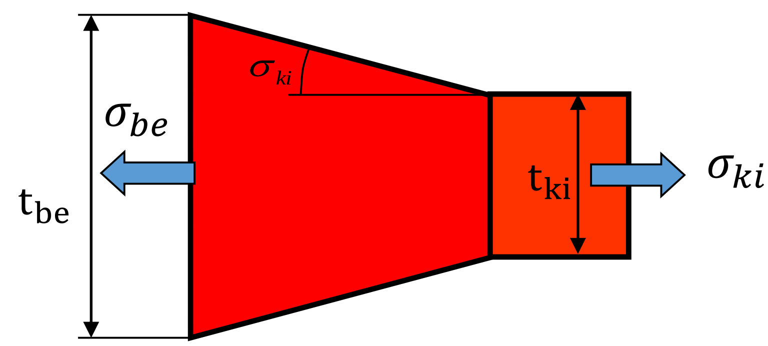
$$\sigma_2(t) = \sigma_1(t) - \frac{2}{\sqrt{3}}k_f$$

$$p = \frac{\sigma_2}{\mu \tan\alpha - 1}$$



Átlagfeszültség sík alakváltozásra

A sajtolás peremfeltételével: $t = t_{ki}, \sigma_1 = \sigma_{ki}$



$$\sigma_1(t) = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} k_f (1+B)}{B}\left[1 - \left(\frac{t}{t_{ki}}\right)^B\right] + \left(\frac{t}{t_{ki}}\right)^B \sigma_{ki}$$

$$k_f = \text{állandó}$$

$$\sigma_2(t) = \sigma_1(t) - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f$$

$$p = \frac{\sigma_2}{\mu \tan\alpha - 1}$$

Ha az alakítási szilárdság függ az alakváltozástól (keményedő anyag), akkor a differenciál egyenlet az alábbi lesz:

$$\frac{d\sigma_1}{dt} - \left[(1+B)\left(\sigma_1(t) - \frac{2}{\sqrt{3}} k_f(t)\right) - \sigma_1(t)\right]\frac{1}{t} = 0$$

$$k_f = C_1 + C_2 \varphi_{eq}^n$$

$$\varphi_{eq} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\frac{t_{be}}{t}$$

Átlagfeszültség sík alakváltozásra

Kudo-féle súrlódási modell alkalmazásával a differenciál egyenlet az alábbi lesz:

$$d\sigma_1 = -\frac{kf}{\sqrt{3}} A^* \frac{dt}{t}$$ ahol $A^* = m(\cot\alpha + \tan\alpha) + 2$ $$\tau = m\frac{k_f}{\sqrt{3}}$$

Az előzőekhez hasonlóan, állandó k_f esetében a peremfeltételekkel kifejezhető σ_1 :

A sajtolás peremfeltételével: $t = t_{ki}, \sigma_1 = \sigma_{ki}$

$$\sigma_1 = -\frac{kf}{\sqrt{3}} A^* \ln\frac{t}{t_{ki}} + \sigma_{ki}$$

A rúdhúzás peremfeltételével: $t = t_{be}, \sigma_1 = \sigma_{be}$

$$\sigma_1 = \frac{kf}{\sqrt{3}} A^* \ln\frac{t_{be}}{t} + \sigma_{be}$$

Mindkét esetben: $\sigma_2 = \sigma_1 - 2\frac{kf}{\sqrt{3}}$ és $p = m\frac{k_f}{\sqrt{3}}\tan\alpha - \sigma_2,$

Átlagos alakítási szilárdság

A differenciál egyenletek analitikus megoldásakor feltételeztük, hogy az alakítási szilárdság a folyamat közben állandó.

$$k_{f_{állandó}} = \tilde{k}_f = \frac{1}{\bar{\varphi}_{\max} - \bar{\varphi}_{\min}} \int_{\bar{\varphi}_{\min}}^{\bar{\varphi}_{\max}} k_f \, d\bar{\varphi}$$

$$k_f = C_1 + C_2 \bar{\varphi}^n$$

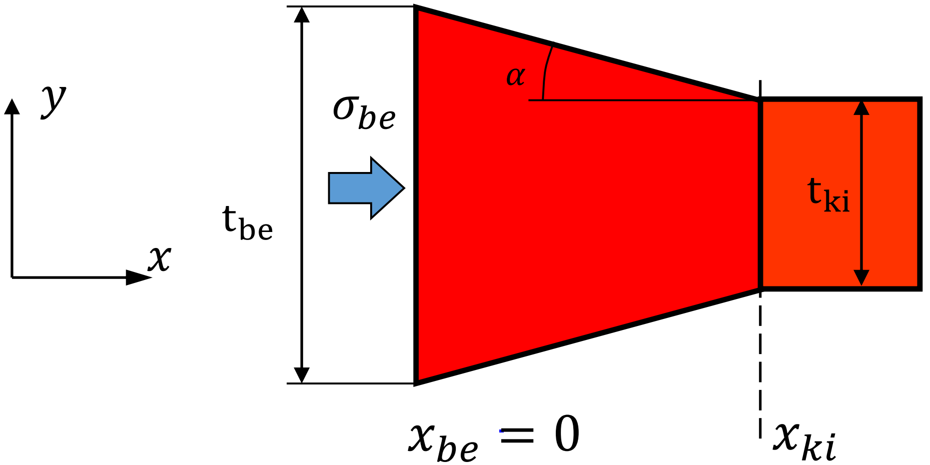
$$\tilde{k}_f = \frac{1}{\bar{\varphi}_{\max} - \bar{\varphi}_{\min}} \left[C_1 \left(\bar{\varphi}_{\max} - \bar{\varphi}_{\min} \right) + \frac{C_2}{n+1} \left(\bar{\varphi}_{\max}^{\,n+1} - \bar{\varphi}_{\min}^{\,n+1} \right) \right]$$

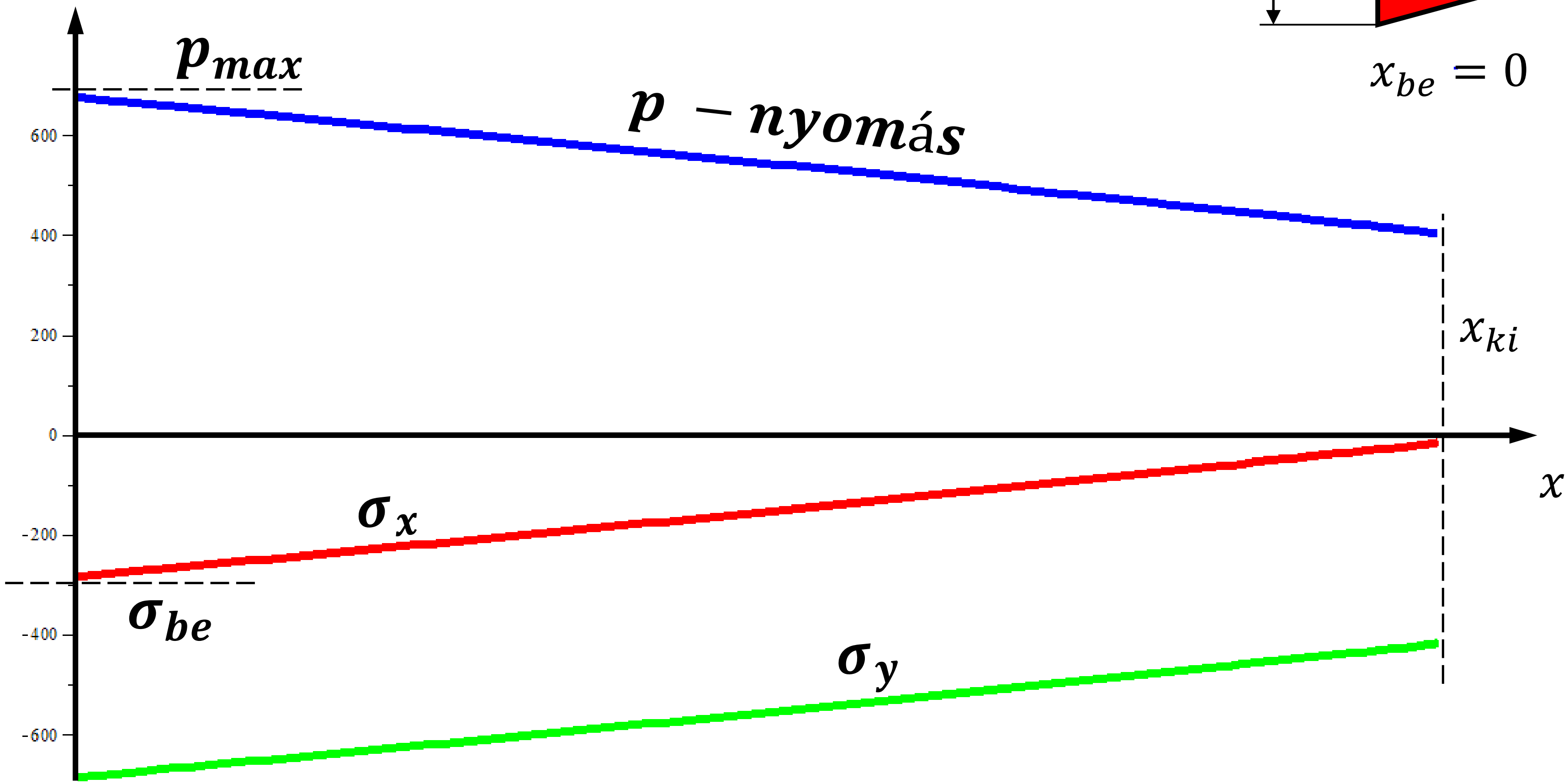
$k_f = f(\varphi)$ esetében a differenciál egyenletek numerikus módon tudjuk megoldani.

Az átlagfeszültség módszer lépései

- A feszültség / alakváltozás szempontjából legjellemzőbb irány kiválasztása.
- A kiválasztott irányra merőleges helyzetű elemi testre ható erők egyensúlyának meghatározása.
- Differenciálegyenlet felírása (1D probléma).
- Anyagegyenletek, képlékenységi feltétel, változók csökkentése.
- Közönséges differenciál egyenlet megoldása a peremfeltételek figyelembevételével.

$k_{fm} = 300\ MPa$
$\mu = 0{,}1$
$\alpha = 10°$
$t_{be} = 3\ mm$
$t_{ki} = 2\ mm$





Irodalom

- Ziaja Gy. Alakítástechnika jegyzet