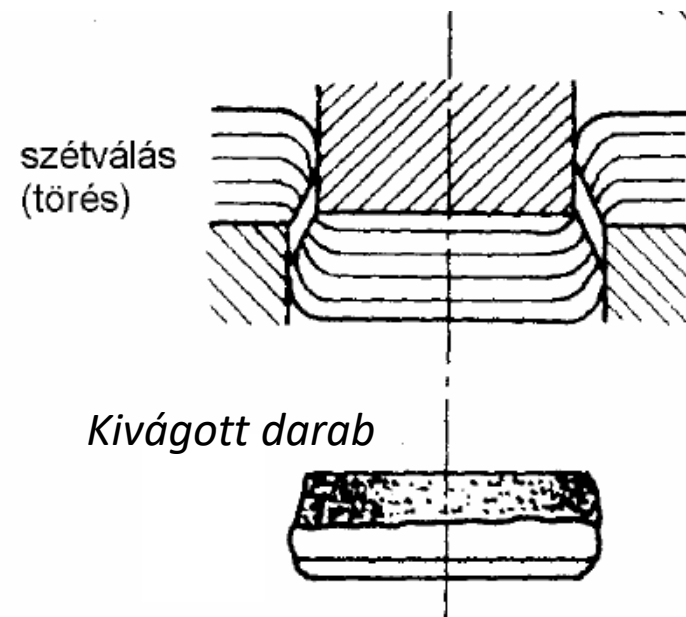
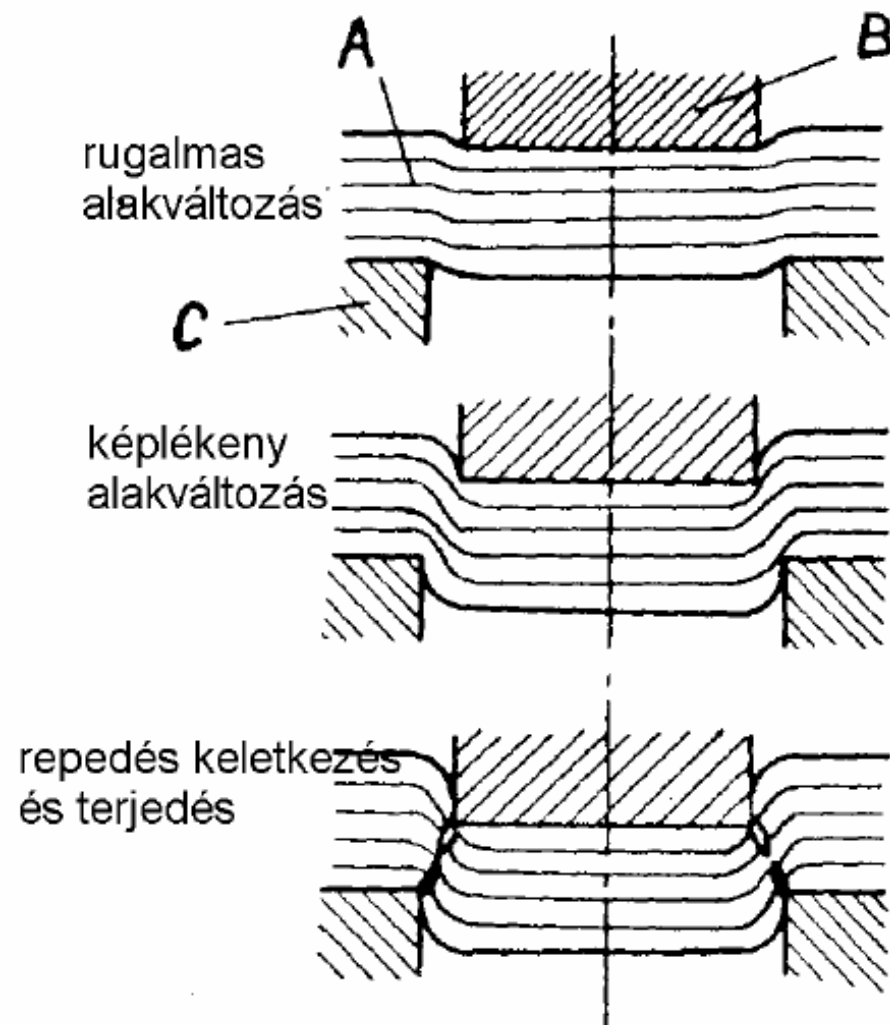


Vágás, hajlítás, mélyhúzás

Alakítótechnológiák elmélete
(BMEGEMTNG00)

- Vágás
- Hajlítás
- Mélyhúzás

A vágás folyamata



- A – Lemez
- B – Lyukasztóbélyeg
- C – Kivágólap

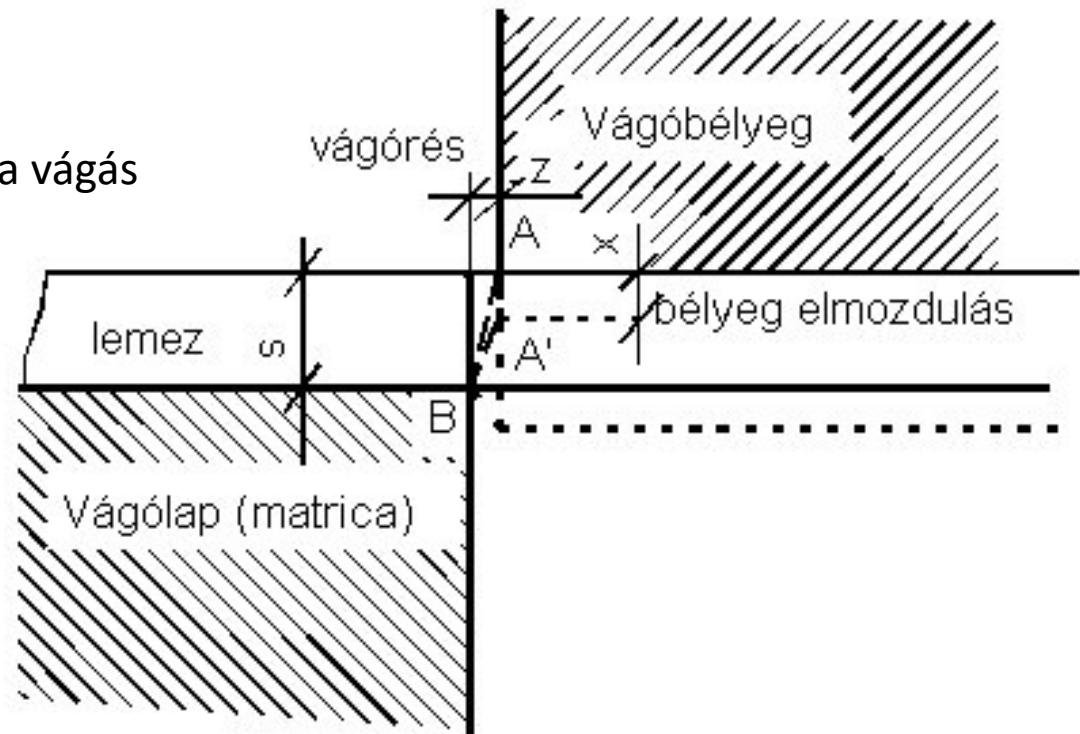
A vágási folyamat elemzése

A kezdetben AB felület A'B –re változik a vágás során, amiből felírható az alakváltozás:

$$\varphi = \ln \frac{AB}{A'B}$$

A z vágórés a lemezvastagság törtrésze, általában 1/10...1/30-a.

$$z = \beta s \quad \beta = 0,003 \dots 0,1$$



Az tartomány, ahol a lemez még összefüggő és az alakváltozás képlékeny (még nem jelentkezik tönkremenetel), az adott anyag egyenletes nyúlásának nagyságrendjében van.

Az F_m erőmaximum keresése x_m helyen:

$$F(x) = \tau A = \frac{k_f}{\sqrt{3}}(s - x) = \frac{1}{\sqrt{3}} C \varphi^n (s - x) = \frac{1}{\sqrt{3}} C \left(\ln \frac{s}{s-x} \right)^n (s - x)$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = 0 \rightarrow n = \ln \frac{s}{s - x_m} \rightarrow (s - x_m) = s e^{-n}$$

$$\psi_m = \frac{x_m}{s} = 1 - e^{-n} \quad \text{így a egységnyi hosszára eső vágóerő elméleti maximuma:}$$

$$F_m = \frac{C}{\sqrt{3}} \left(\frac{n}{e} \right)^n s \quad (1)$$

Ebből könnyen számolható a maximális mérnöki (I. Piola-Kirchhof-féle) nyírófeszültség:

$$\tau_m^{\text{mérnöki}} = \frac{C}{\sqrt{3}} \left(\frac{n}{e} \right)^n \quad (2)$$

Analógia a szakítóvizsgálattal: az alakváltozás R_m -nél lokalizálódik, innen csökken az erő.

$$F_m^{szakító} = A_0 R_m = A_m \sigma_m = A_0 e^{-\varphi_m} C \varphi_m^n \quad \varphi_m \approx n$$

Ebből adódik a C konstans értéke az R_m és n értékekkel kifejezve: $C = R_m \left(\frac{e}{n}\right)^n$

Ezekkel a maximális vágóerő (teljes L hosszra, nem fajlagos):

$$(1) \longrightarrow F_m^{vágás} = \frac{1}{\sqrt{3}} R_m L_s$$

Az elméleti nyírófeszültség

$$(2) \longrightarrow \tau_{max} = \frac{F_m^{vágás}}{L_s} = \frac{R_m}{\sqrt{3}} = 0.577 R_m \quad \xrightarrow{\text{A súrlódást figyelembe véve}} \tau_{max} = 0.8 R_m$$

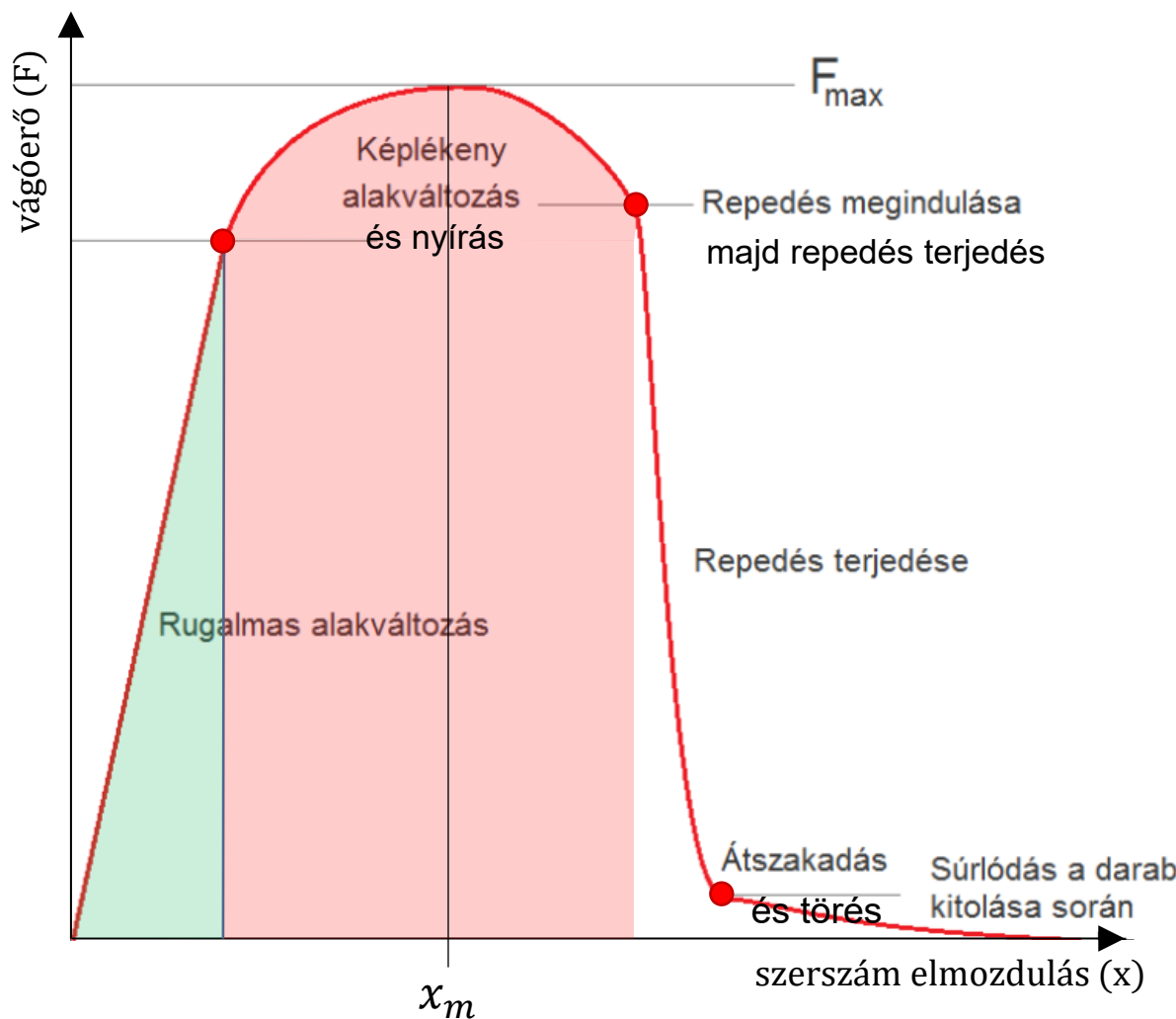
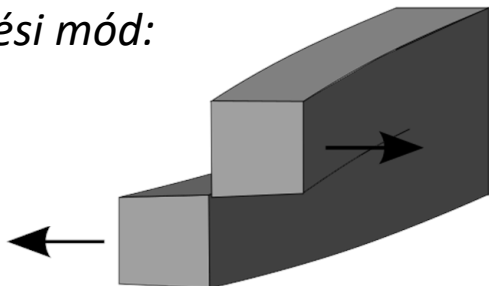
Ha figyelembe vesszük a vágás közbeni lemez hajlító igénybevételét, az vágóél állapotát (kopás), és a gép rugalmas deformációját, a fenti erő vagy feszültség értéket 10–30 %-kal megnövelhetjük.

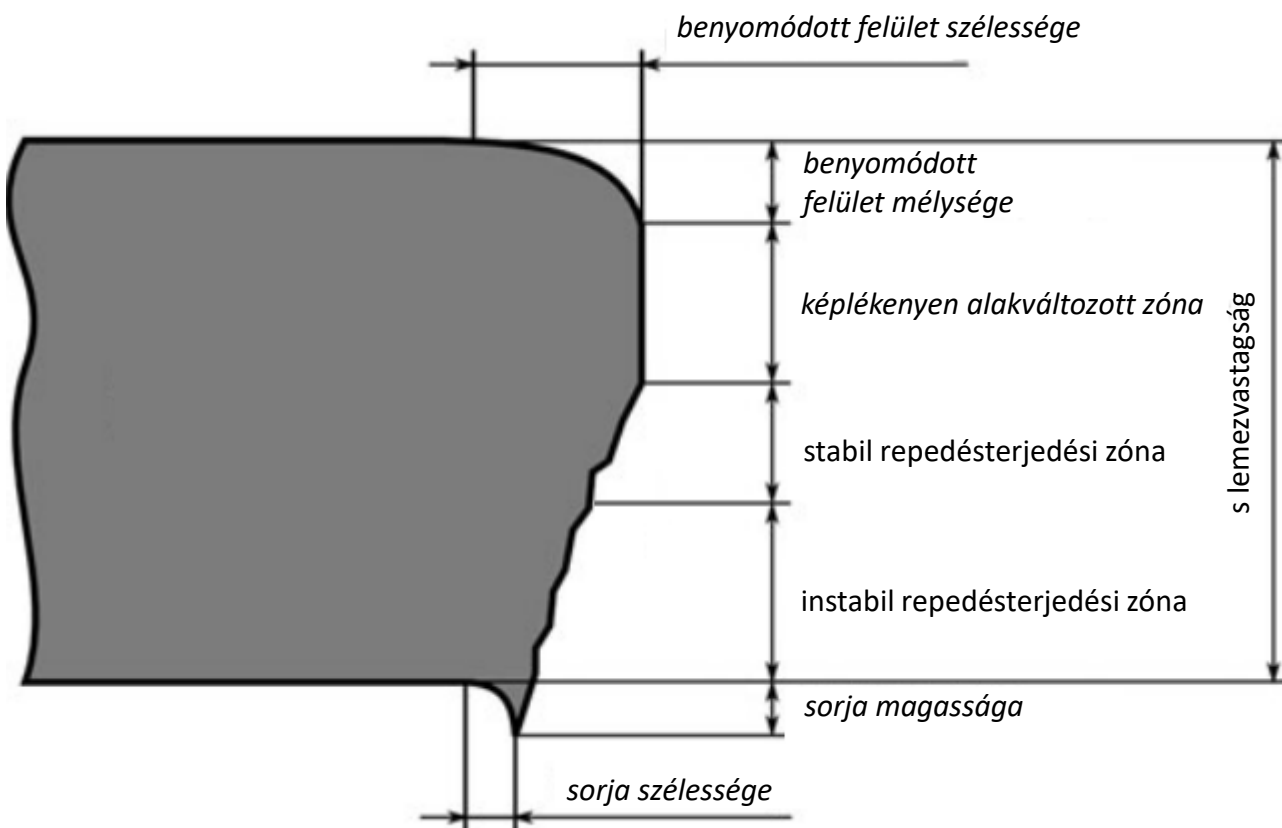
Az $F_m^{vágás}$ erő elérése után a folyamat felgyorsul és a feszültséggyűjtő helyeken megjelennek a repedések. Ezek egy szakaszon stabilan terjednek (munkavégzésre van szükség a repedés terjesztéséhez).

Az instabil repedésterjedés, azaz a törés akkor következik be, amikor az A' B síkban ható nyírófeszültség és a c repedéshossz eléri a nyíró törési szívósság kritikus értékét.

$$\tau\sqrt{\pi c} \geq K_{IIIC}$$

III. terhelési mód:





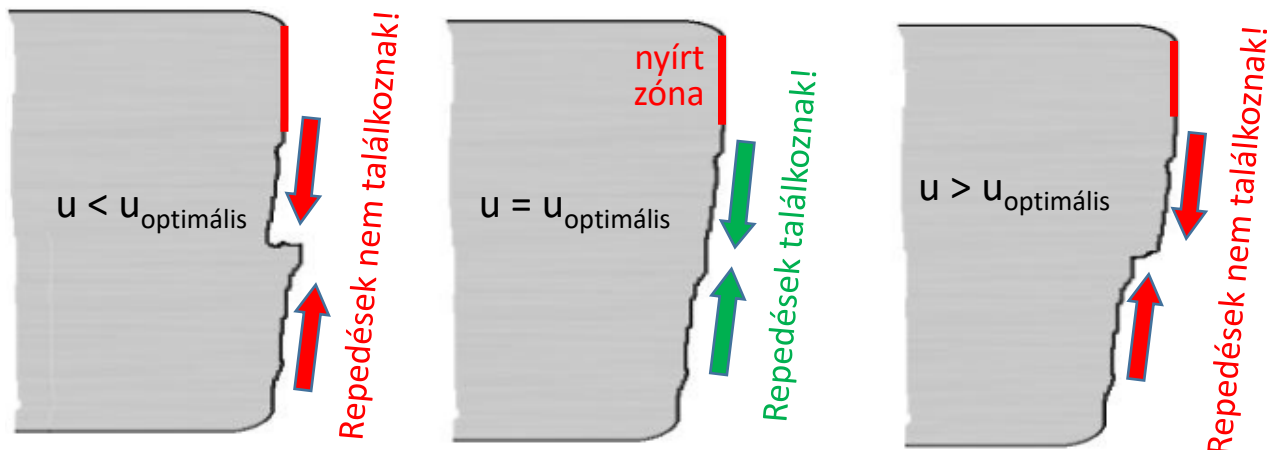
Alakhiba: a képlékeny alakváltozás következménye. A képlékeny alakváltozási zónát kell csökkenteni: ψ_m azaz n csökkentése, vagyis a vágási célokra olyan anyagot kell választani, amelynek kicsi vagy gyakorlatilag zérus az egyenletes nyúlása.

A minőség javításának lehetőségei:

Ezt hideghengerlés lehet elérni: 16-od, 8-ad, negyed, fél-, háromnegyed-kemény és kemény sőt rugókemény minőségek.

A felületi felszakadozásból származó hiba: a sarkokból elindult repedések a terjedésük során éppen össze kell hogy találkozzanak. Ez a vágórés nagyságától függ, ami a keménységi fokozat függvénye.

$$z = f(s)\sqrt{\tau_f}$$

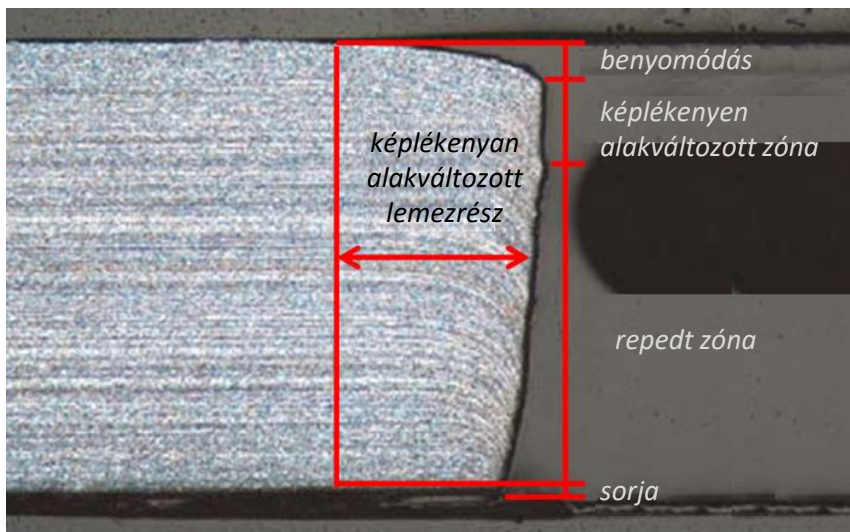


Kis vágórés

- Rossz minőségű felület
- Nagyobb a súrlódás vágás közben
- Gyorsabban kopnak a vágóélek

Nagy vágórés

- Rossz minőségű felület
- Görbíti a lemezsávot



A vágórés mérete általában a lemezvastagság 1/10-e és 1/30-a között van. A vágórés méretének csökkentésével csökkenteni lehet az alakváltozott zóna méretét.

A lemezek hajlítása. Kinematikai elemzés.

$$L = r\theta$$

Hengerkoordináta rendszerben.

A hajlítás során az érintő-irányú L hossz megváltozik:

$$dL = dr\theta + r d\theta$$

Érintő-irányú deformáció növekmény és sebessége:

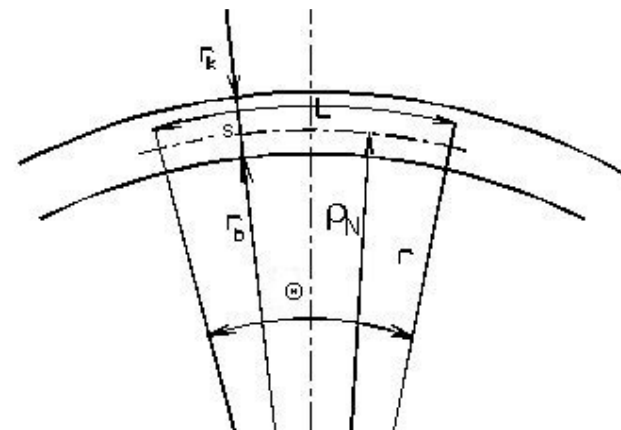
$$d\varphi_t = \frac{dL}{L} = \frac{dr}{r} + \frac{d\theta}{\theta} \xrightarrow{\frac{1}{dt}} \dot{\varphi}_t = \frac{dL}{Ldt} = \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} + \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_r}{r} + \frac{\dot{\theta}}{\theta}$$

$$\dot{\varphi}_r = \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad \dot{\varphi}_z = \frac{\partial v_z}{\partial z} \approx 0 \quad \leftarrow \text{A lemez szélessége sokszorosa a vastagságnak.}$$

Térfogat állandóság:

$$\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_t + \dot{\varphi}_z = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\dot{\theta}}{\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} r + v_r \right) + \frac{\dot{\theta}}{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial (v_r r)}{\partial r} + \frac{\dot{\theta}}{\theta} = 0$$

$$v_r r + \frac{\dot{\theta} r^2}{2} = f(\theta, C) \quad \leftarrow \begin{array}{l} r\text{-el szorozva és} \\ \text{integrálva } r \text{ szerint} \end{array}$$



Peremfeltételként felhasználjuk, hogy létezik egy semleges szál (sugara ρ_N), melynek hossza a hajlítás során nem változik meg.

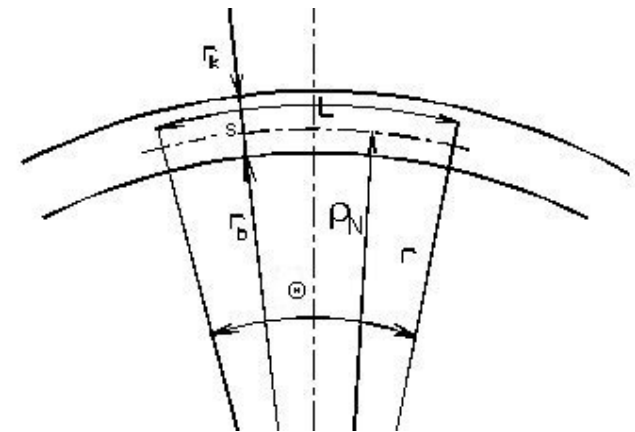
$$\dot{\varphi}_{t r=\rho_N} = \frac{v_r}{\rho_N} + \frac{\dot{\theta}}{\theta} = 0$$

Így az alakváltozási sebesség komponensek:

$$\dot{\varphi}_t = \frac{\dot{\theta}}{2\theta} \left(1 - \frac{\rho_N^2}{r^2} \right) \quad \dot{\varphi}_r = -\frac{\dot{\theta}}{2\theta} \left(1 - \frac{\rho_N^2}{r^2} \right)$$

A hajlítás során a lemez elvékonyodik. A lemezvastagság változását az alábbi módon lehet számolni:

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{s}{2} \frac{\dot{\theta}}{\theta} \left(1 - \frac{\rho_N^2}{r_{külső} r_{belső}} \right)$$



Statikai elemzés.

A z-irányú alakváltozás elhanyagolható.
Így a Lévy – Mises anyagegyenletből következik:

$$\dot{\varphi}_z = \lambda \left(\sigma_z - \frac{\sigma_r + \sigma_z + \sigma_t}{3} \right) = 0$$

A többi Lévy – Mises egyenletet is felhasználva a húzott és a nyomott zónában az alábbi esetben valósul meg a képlékeny alakváltozás:

húzott zóna

$$\sigma_t - \sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} k_f$$

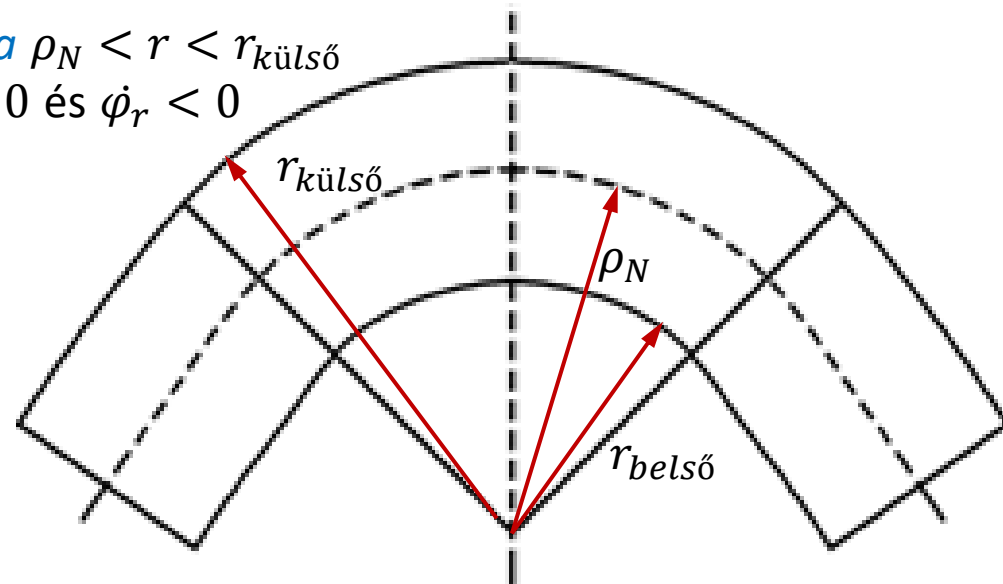
nyomott zóna

$$\sigma_r - \sigma_t = \frac{2}{\sqrt{3}} k_f$$

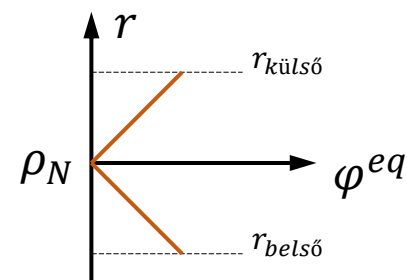
Az egyenértékű képlékeny alakváltozás:

$$\varphi_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} (\varphi_r + \varphi_z + \varphi_t)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \ln \frac{r}{\rho_N} \right|$$

húzott zóna $\rho_N < r < r_{k\ddot{u}ls\ddot{o}}$
 $\dot{\varphi}_t > 0$ és $\dot{\varphi}_r < 0$

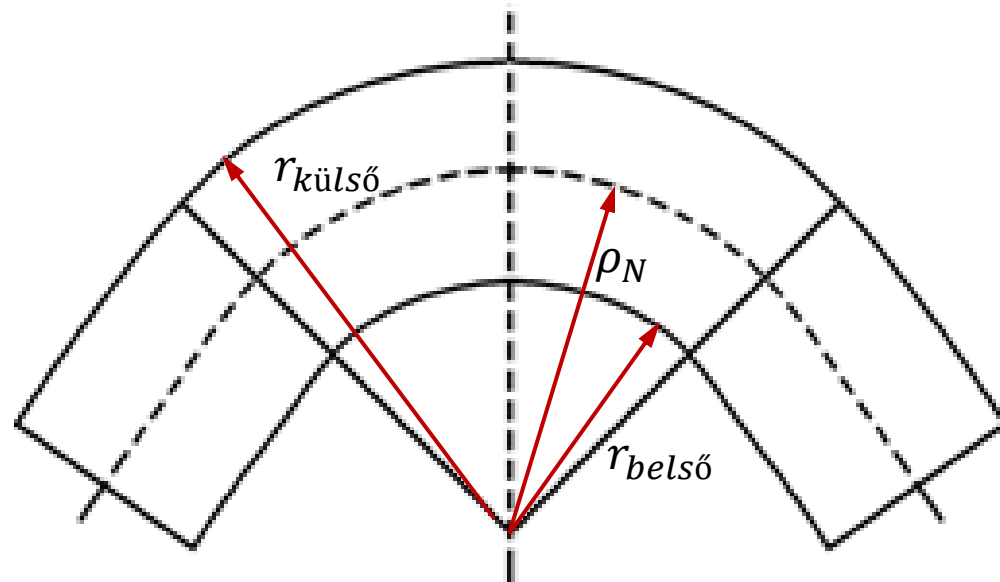
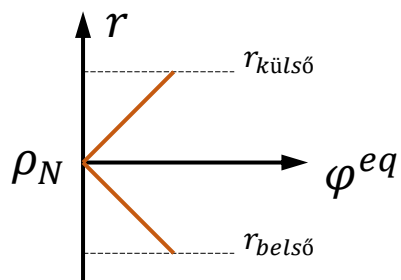


nyomott zóna $r_{b\ddot{e}ls\ddot{o}} < r < \rho_N$
 $\dot{\varphi}_t < 0$ és $\dot{\varphi}_r < 0$



$r = \rho_N$ -nél értelemszerűen nulla adódik. Nagy r/s viszony esetén közel lineáris az eloszlás a vastagság mentén.

Alakítási szilárdság



$$\varphi_{eq} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \ln \frac{r}{\rho_N} \right|$$

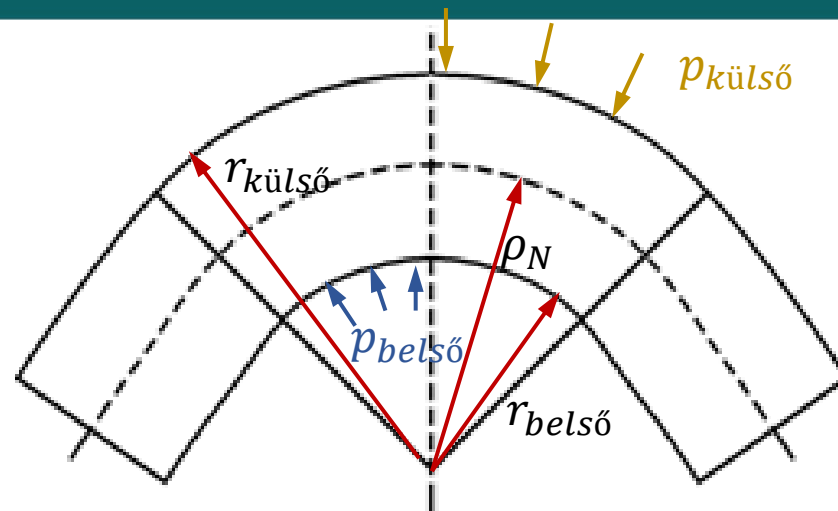
$$k_f(\varphi) = k_{f0} + C \varphi_{eq}^n$$

Az alakváltozás kicsi
ezért linearizálunk.

$$k_f = k_{f0} + A' \varphi_{eq} = k_{f0} + A' \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \ln \frac{r}{\rho_N} \right| = k_{f0} + A \left| \ln \frac{r}{\rho_N} \right|$$

Statikai elemzés.

Ha megoldjuk a statikai egyensúlyi egyenleteket a csúsztató feszültségek elhanyagolásával, és az alakváltozástól lineárisan függő alakítási szilárdsággal akkor az húzott és nyomott zónában a tangenciális feszültség komponens az alábbi lesz:



$$\sigma_{t \text{ húzott}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(k_{f0} + A \ln \frac{r}{\rho_N} \right) + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} k_{f0} + \frac{A}{\sqrt{3}} \ln \frac{r r_{külső}}{\rho_N^2} \right) \ln \frac{r}{r_{külső}} - p_{külső}$$

$$\sigma_{t \text{ nyomott}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \left(k_{f0} + A \ln \frac{\rho_N}{r} \right) + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} k_{f0} + \frac{A}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho_N^2}{r r_{belső}} \right) \ln \frac{r_{belső}}{r} - p_{belső}$$

A semleges szál helye:

$$\rho_N = \sqrt{r_{belső} r_{külső}} e^a$$

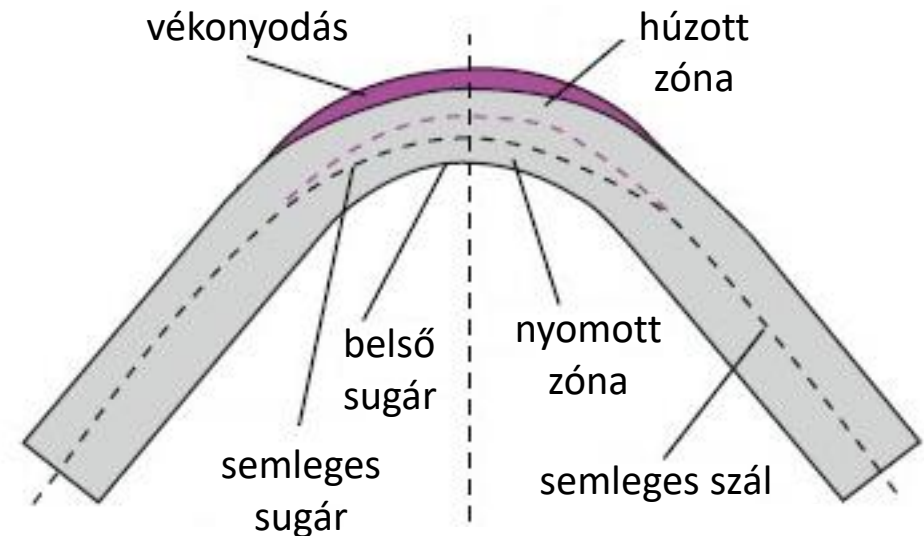
$$a = \frac{p_{külső} - p_{belső}}{\frac{2}{\sqrt{3}} k_{f0} + \frac{A}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_{külső}}{r_{belső}}}$$

A lemez elvékonyodása:

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{s}{2} \frac{\dot{\theta}}{\theta} (1 - e^a)$$

Következmények:

(1) Ha a lemezt nem terheli semmilyen külső, a lemez felületére merőleges nyomás, akkor $a = 0$, vagyis $e^a = 1$. Ez esetben egyrészt a semleges szál sugara megegyezik a belső- és külső görbületi sugarak mértani közepével, és a lemez vastagsága nem változik meg a hajlítás közben.



$$a = \frac{p_{k\ddot{u}ls\ddot{o}} - p_{b\ddot{e}ls\ddot{o}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} k_{f0} + \frac{A}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_{k\ddot{u}ls\ddot{o}}}{r_{b\ddot{e}ls\ddot{o}}}}$$

$$\rho_N = \sqrt{r_{b\ddot{e}ls\ddot{o}} r_{k\ddot{u}ls\ddot{o}}} e^a$$

(2) Ha el akarjuk kerülni a nyomott zónában a kihajlásból eredő alakhibákat (*stabilitásvesztés*, főleg alakos rudak, csövek hajlításánál gyakori), akkor a semleges szálát az $r_{belső}$ sugárig el kell tolni.

$$r_{belső} = \sqrt{r_{belső} r_{külső}} e^a$$

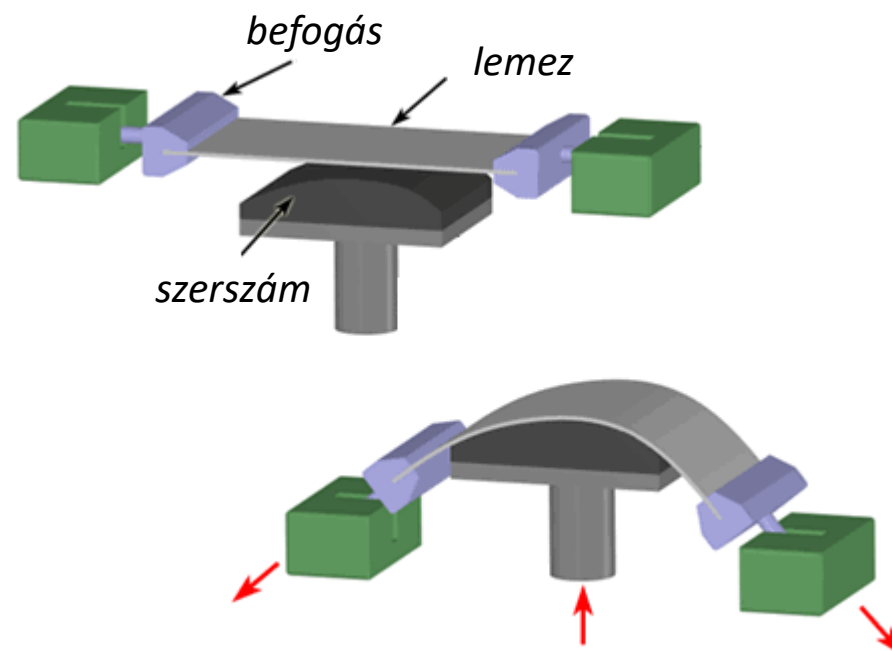
$$a \leq \ln \frac{r_{belső}}{r_{külső}}$$

$$p_{belső} - p_{külső} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} k_{f0} + \frac{A}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_{külső}}{r_{belső}} \right) \ln \frac{r_{külső}}{r_{belső}}$$

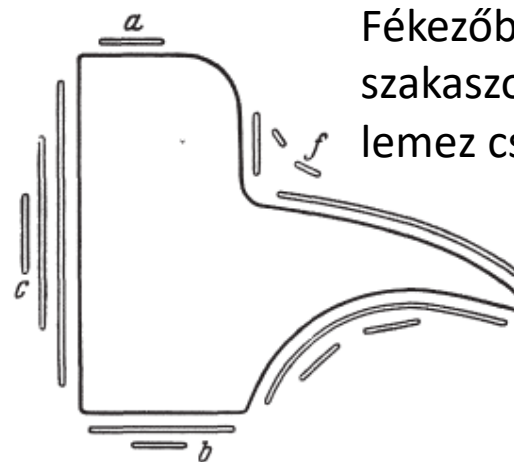
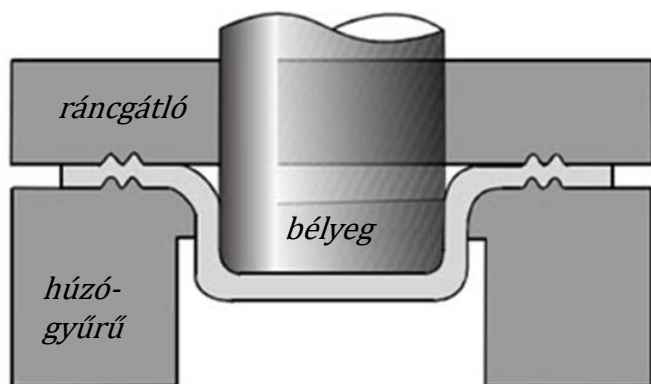
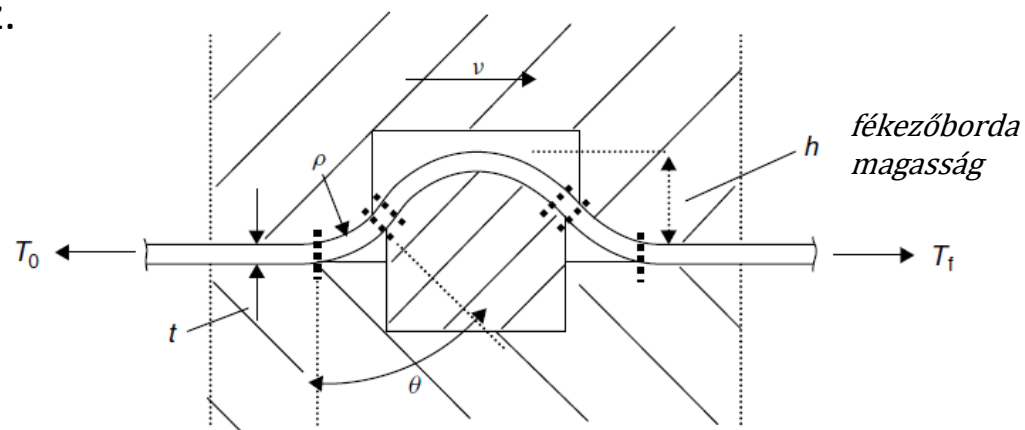
Ilyenkor rendszerint $p_{külső} = 0$ és a $p_{belső}$ szerszámnyomást a hajlító szerszámmra ható erő hozza létre. Csak úgy lehet megfelelően nagy szerszámnyomást létrehozni, hogy ha a hajlított lemezre húzóerőt superponálunk.

Ezt az eljárást a **nyújtva-húzás**. A húzóerőt a hajlító szerszámba épített fékezőborda segítségével is elérhetjük.

Nyújtva-húzással a visszarugózás megszüntethető.



Fékezőbordák a megfelelő húzóerő kialakulásához.



Fékezőbordák azokon a szakaszokon, ahol a lemez csak hajlítva van.

Fékezőbordák mélyhúzásnál.

Nyomaték igény

Használjunk $k_{fm} = \text{állandó}$ közepes alakítási szilárdság értéket a számításhoz, és feltételezzük hogy a lemezt csak nyomaték terheli. (Ez az utóbbi nyújtva-húzás esetében nem valósul meg).

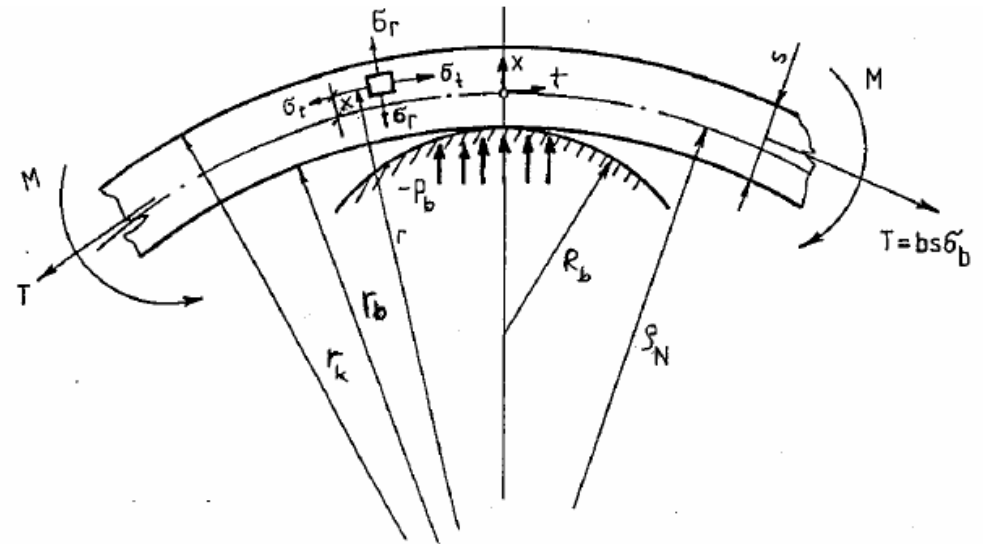
$$p_{belső} = p_{külső} = 0 \text{ és } a = 0$$

Ebben az esetben a nyomaték:

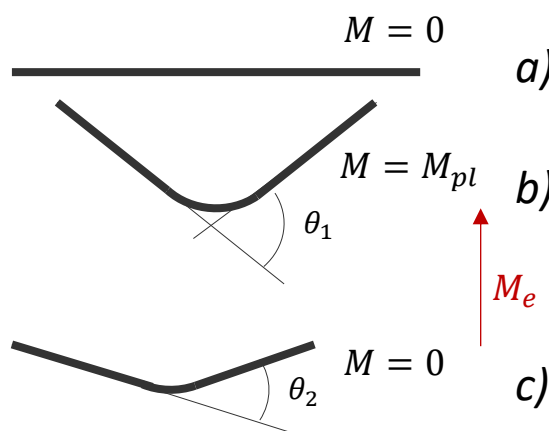
$$M = \beta k_{fm} \frac{bs^2}{4}$$

ahol b a lemez szélessége, β értéke pedig $\frac{2}{\sqrt{3}}$ sík alakváltozás esetén (széles lemez) és 1 és 1,15 közötti érték más esetben.

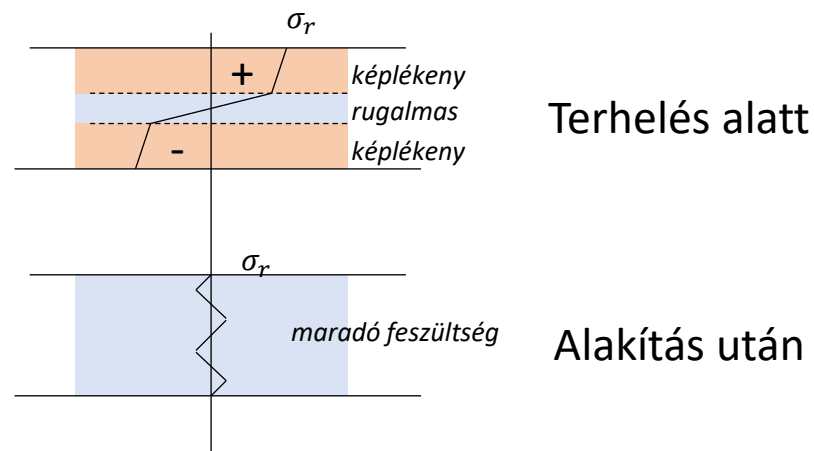
Ebben az egyszerű esetben a nyomaték nem függ a hajlítási sugártól!



Visszarugózás



A lemezen belül vannak olyan tartományok a semleges szál környezetében, amelyekben a feszültségek nem okoznak képlékeny alakváltozást.



Terheljük a lemezt M_{pl} nyomatékkal és meghajlítjuk θ_1 szögben (*b*) alak).

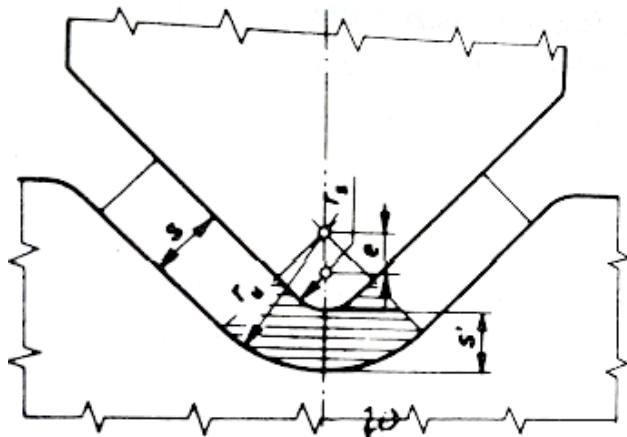
Megszüntetjük a terhelést és a hajlítási szög θ_2 – re változik a visszarugózás miatt (*c*) alak).

Ha azt akarjuk, hogy a lemez ismét a *b*) alak vegye fel, akkor ehhez a *rugalmas alakváltozáshoz* egy M_e nyomatékra van szükség.

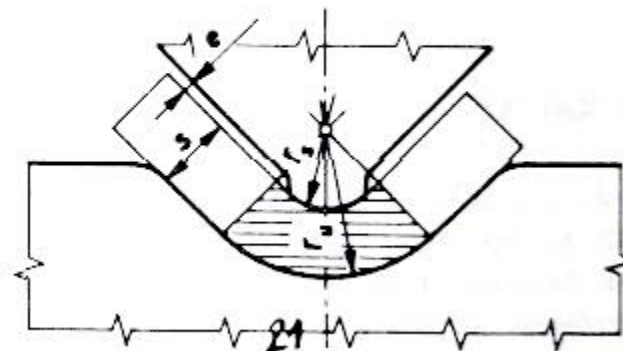
A korábbi egyszerűsítésekkel számolva, azaz az alakítási szilárdságot állandónak feltételezve és csak nyomatékkal hajlítva, a visszarugózás az alábbi módon számítható:

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = 3\beta \left(\frac{\rho_N}{s} \right) \left(\frac{k_{fm}}{E} \right)$$

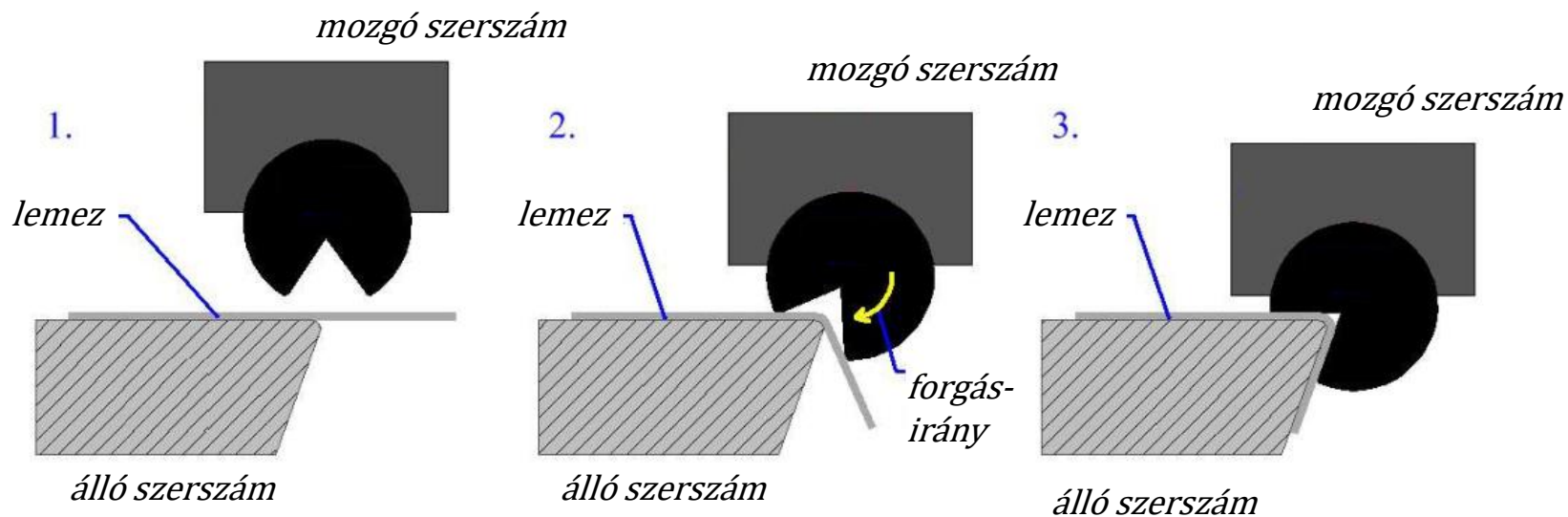
V hajlítás merev szerszámban

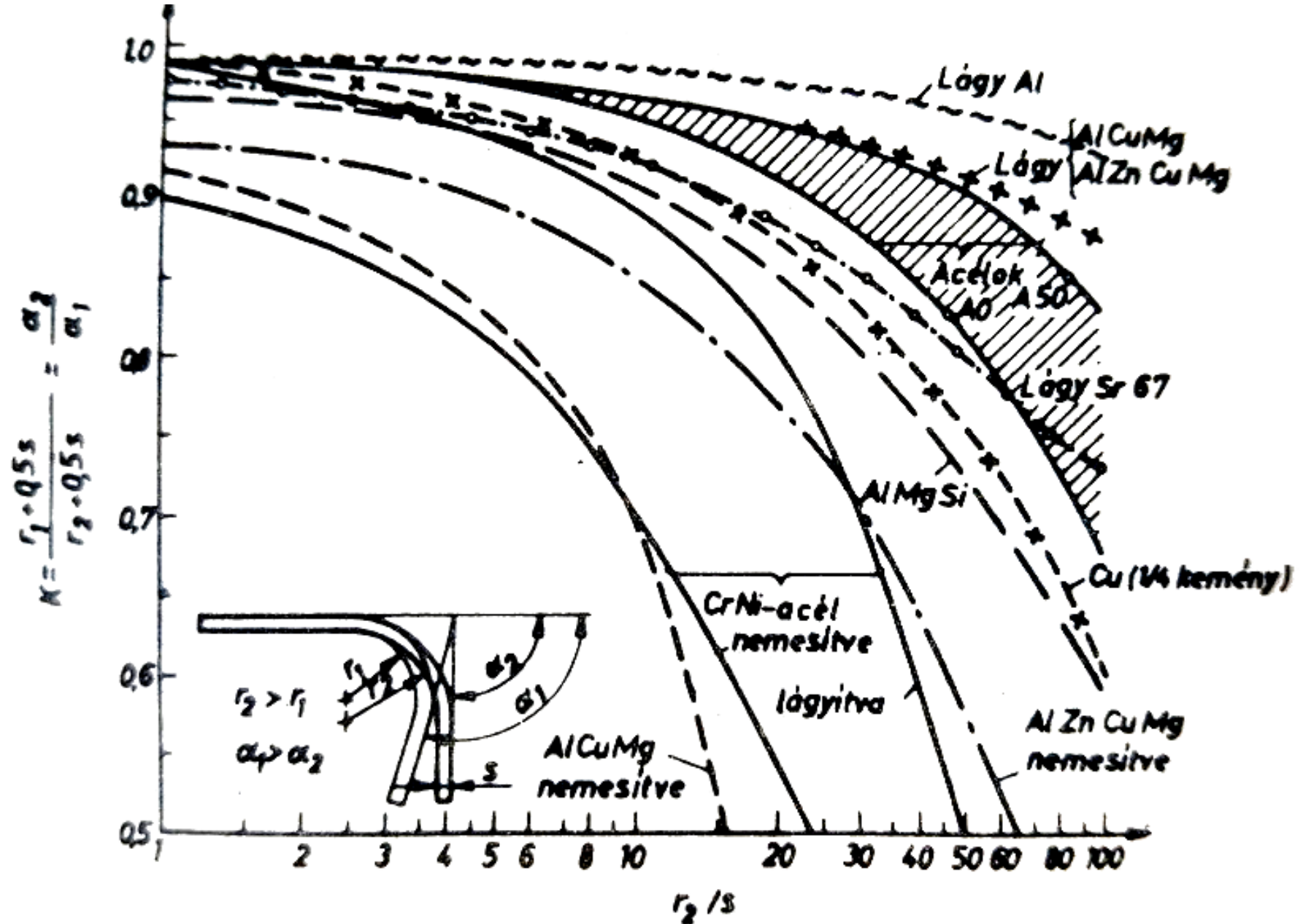


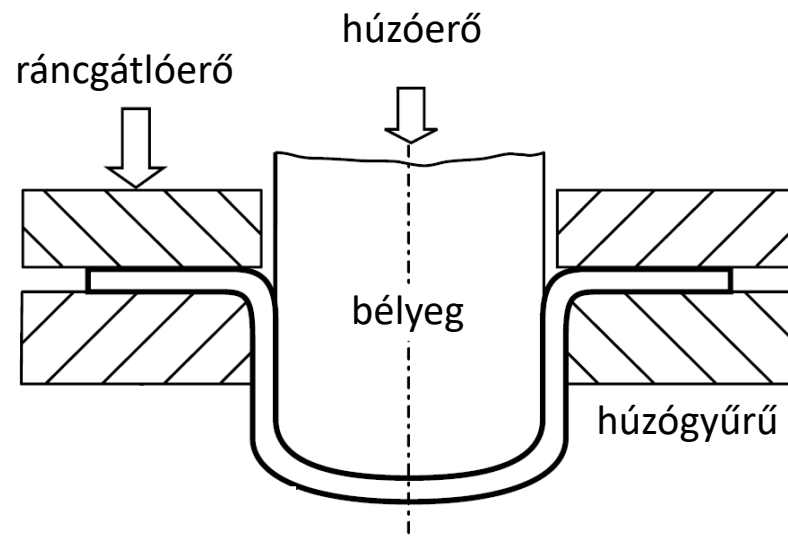
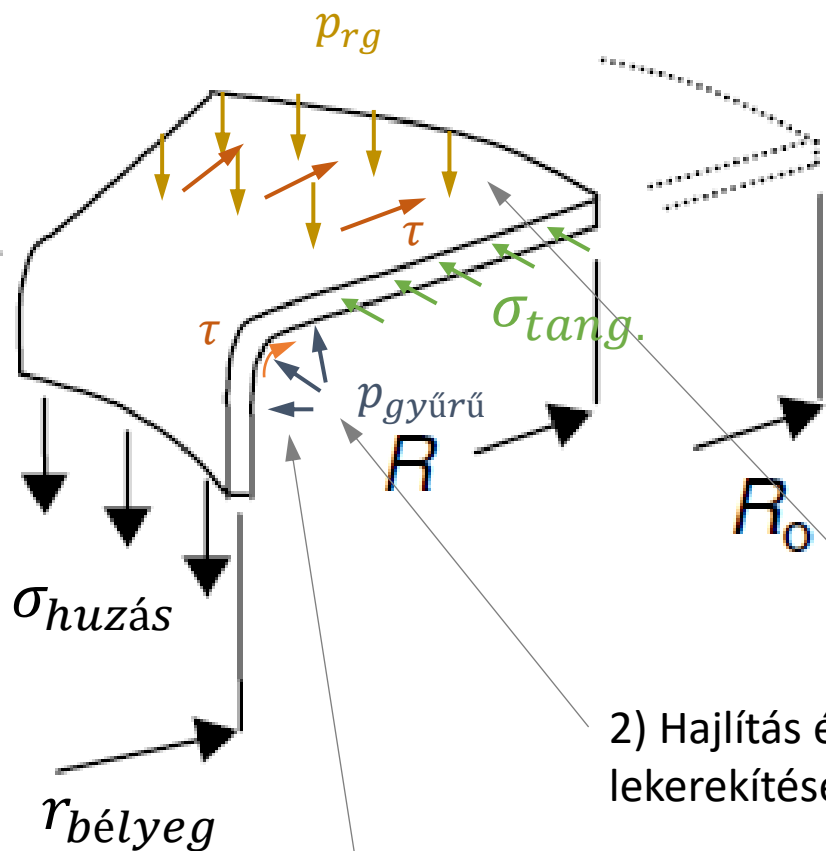
V-hajlítás merev szerszámban vasalással



Hajlítás mozgó szerszámelemmel

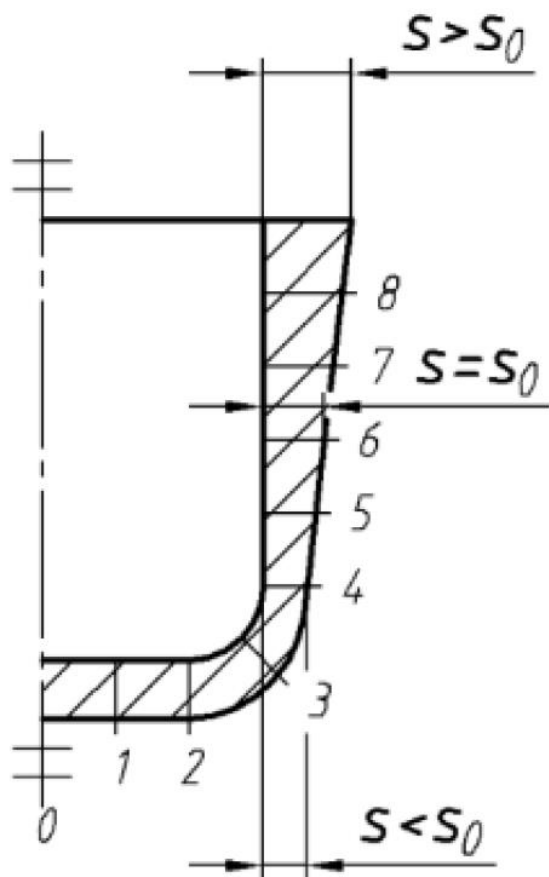




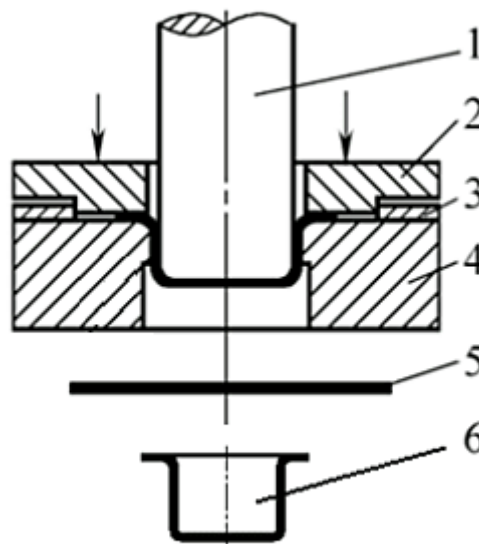


- 1) A teríték gátolt (ráncgátlónyomás és súrlódás) alakváltozása a ráncgátló alatt.
- 2) Hajlítás és kiegyenesítés a húzógyűrű lekerekítésén. (kétszeres hajlítás)
- 3) A súrlódás hatása a húzógyűrű lekerekítésén.

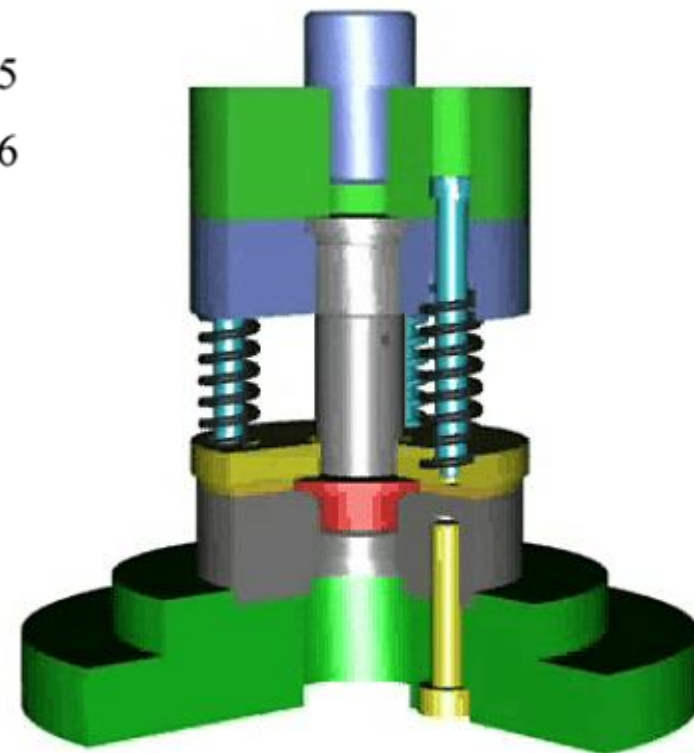
A húzott csésze
falvastagság eloszlása.



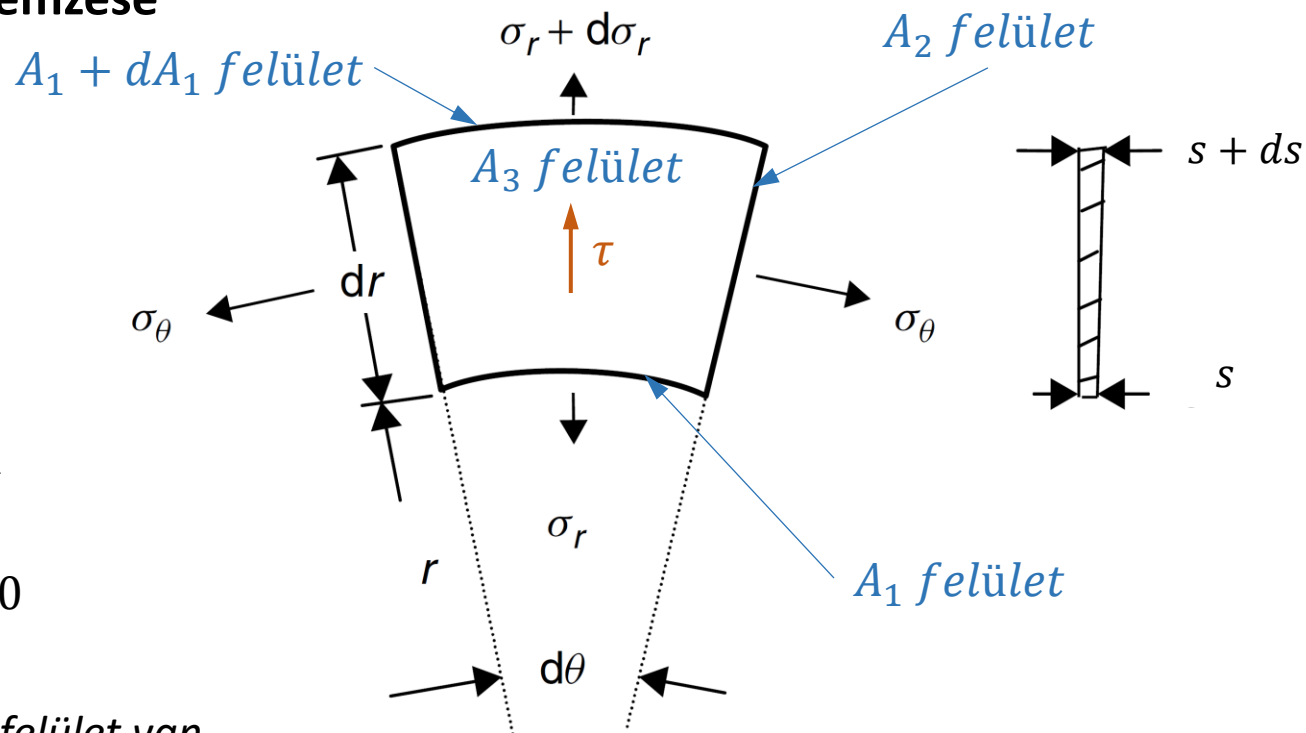
Szerszám kialakítási példa



- 1) húzóbélyeg,
- 2) ráncgátló,
- 3) pozícionáló elem
- 4) húzógyűrű
- 5) teríték
- 6) húzott csésze



A teríték alakváltozásának elemzése



Egyensúlyi egyenlet r irányban:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(A_1 + dA_1) - \sigma_r A_1$$

$$-2\sigma_\theta A_2 \sin \frac{d\theta}{2} + 2\mu p_{rg} A_3 = 0$$

2x mert két A_3 felület van.

$$(\sigma_r + d\sigma_r)d\theta(rds + drs) + d\sigma_r s r d\theta - \sigma_\theta s dr d\theta + \mu p_{rg} r dr d\theta = 0$$

$$\downarrow / r s d\theta dr$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\sigma_r}{2} \frac{ds}{dr} + \frac{2\mu p_{rg}}{s} = 0$$

$$\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$$

$$A_1 = s r d\theta$$

$$A_2 = s dr$$

$$A_3 = r dr d\theta$$

Elhanyagolva a lemezvastagság megváltozását: $\frac{ds}{dr} = 0$

További egyszerűsítések a folyási feltétel alkalmazásakor:

$$(1) \quad \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\mu p_{rg}}{s} = 0$$

$$p_{rg} \ll k_f \rightarrow \tau = 0$$

$$k_f = k_{fm} = \text{állandó}$$

A lemezvastagság változásának elhanyagolása síkbeli alakváltozás feltételezését jelentené. A valóságban van egy kis mértékű lemezvastagodás, ami miatt a linearizált folyási feltétel szorzója nem $2/\sqrt{3}$, hanem egy ennél kisebb β érték (kb 1.1)

Így a folyási feltétel:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \beta k_{fm} \xrightarrow{(1)\text{-be helyettesítve}} \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\beta k_{fm}}{r} + \frac{\mu p_{rg}}{s} = 0$$

Ezt integrálva kapjuk:

$$\sigma_r(r) = \beta \int_r^{R_k} \frac{k_{fm}}{r} dr + \frac{2\mu p_{rg}}{s} (R_k - r) \xrightarrow[r = R_k \text{ helyen}]{\sigma_r = 0} \sigma_r(r) = \beta k_{fm} \ln \frac{R_k}{r} + \frac{2\mu p_{rg}}{s} (R_k - r)$$

Ez a teríték alakításához szükséges terhelés.

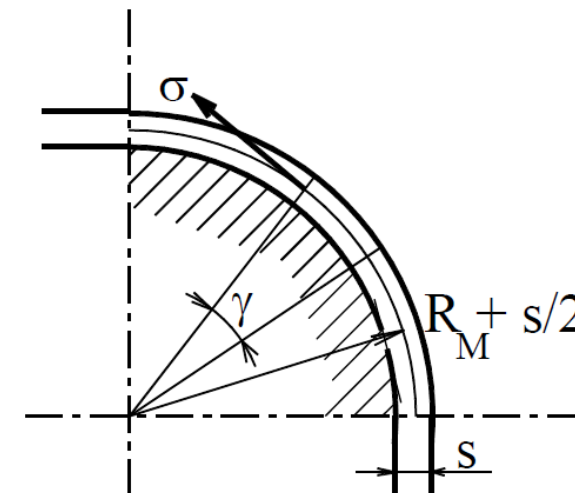
Legnagyobb értéke az csésze r_b belső sugárnál van:

$$\sigma_r^{\text{alakítás}} = \beta k_{fm} \ln \frac{R_k}{r_b} + \frac{2\mu p_{rg}}{s} (R_k - r_b)$$

A hajlítás miatti erőszükséglet:

A szükséges munka:

$$W = M\gamma = \beta k_{fm} \frac{bs^2}{4} \gamma$$



Ezt a munkát egy fiktív $F = bs\sigma$ erő végzi $\left(R_M + \frac{s}{2}\right) \gamma$ úton.

$$\beta k_{fm} \frac{bs^2}{4} \gamma = bs\sigma \left(R_M + \frac{s}{2}\right) \gamma \longrightarrow \sigma = \beta k_{fm} \frac{s}{4 \left(R_M + \frac{s}{2}\right)}$$

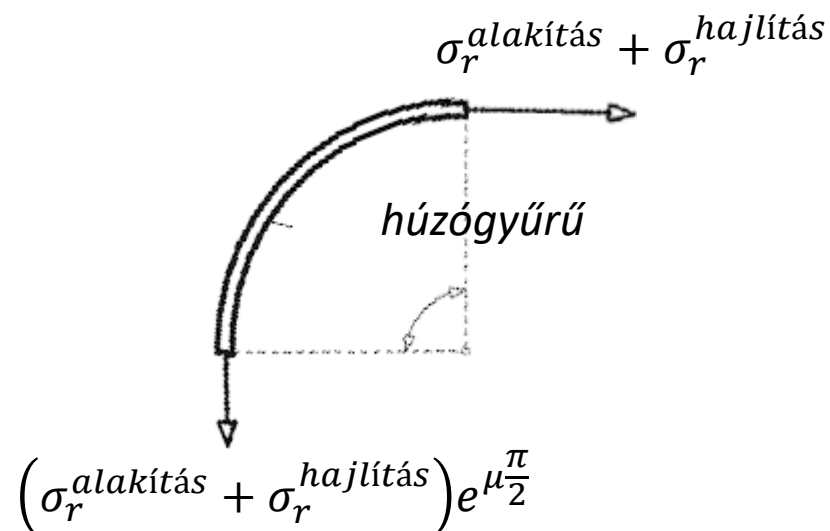
Ezt a munkát kétszer kell elvégezni, egyszer hajlítani, majd kiegyenesíteni a lemezt:

$$\sigma_r^{hajlítás} = \beta k_{fm} \frac{s}{2 \left(R_M + \frac{s}{2}\right)}$$

A mélyhúzási folyamat erőszükséglete

Figyelembe kell vennünk a húzógyűrű negyed körívén fellépő súrlódást.

$$\sigma_r^{mh} = (\sigma_r^{alakítás} + \sigma_r^{hajlítás}) e^{\mu \frac{\pi}{2}}$$



Így a folyamat erőszükséglete:

$$\sigma_r^{mh} = \left(\beta k_{fm} \ln \frac{R_k}{r_b} + \frac{2\mu p_{rg}}{s} (R_k - r_b) + \beta k_{fm} \frac{s}{2 \left(R_M + \frac{s}{2} \right)} \right) e^{\mu \frac{\pi}{2}}$$

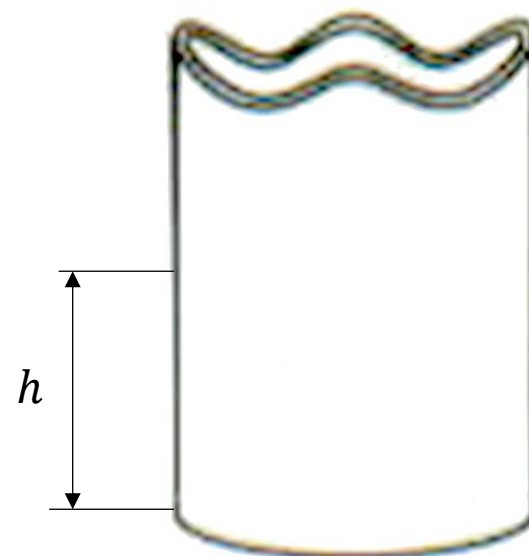
Alakváltozások

Ha elhanyagoljuk a vastagság változását akkor térfogat állandóság helyett a felületek állandóságával számolhatunk.

$$A_{\text{teríték}} = A_{\text{csésze}} = r^2\pi + 2r_b\pi h = \text{állandó} = R_0^2\pi$$

sík részek

oldalfal



Húzás közben a teríték széle r sugáron van.

$$dA = 2r\pi dr + 2r_b\pi dh = 0 \longrightarrow dr = -\frac{r_b}{r} dh$$

Így:

$$d\varphi_\theta = -\frac{dr}{r} = -\frac{r_b}{r^2} dh$$

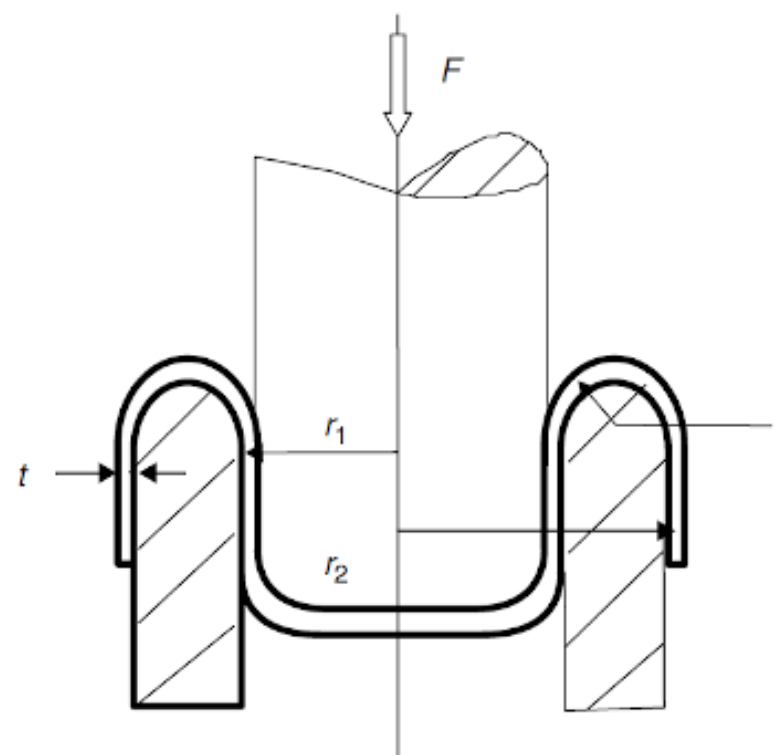
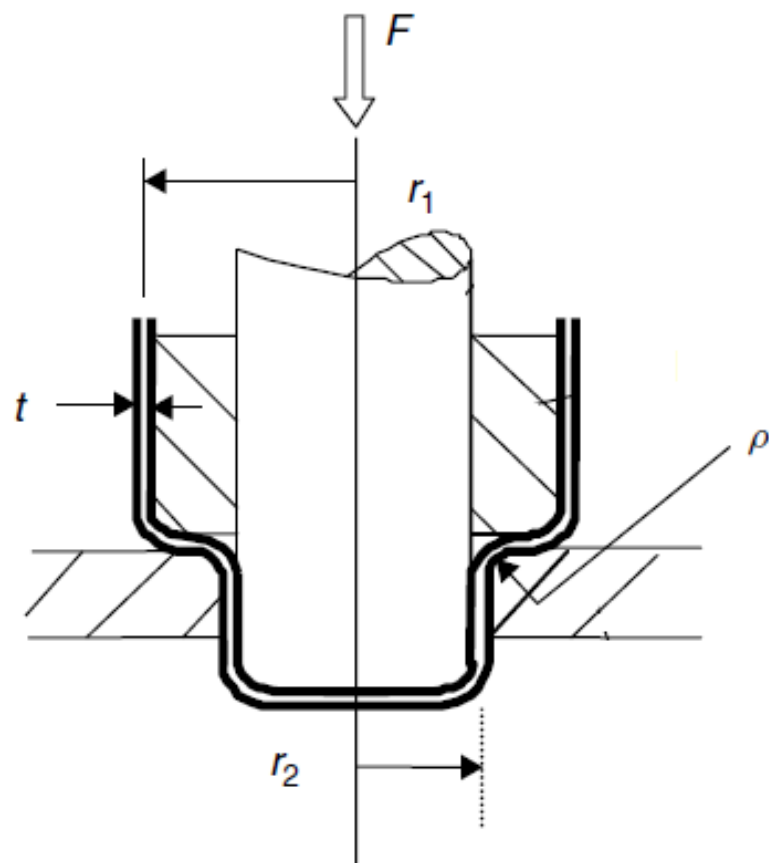
$$d\varphi_r = -d\varphi_\theta$$

$$d\varphi_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3}(d\varphi_\theta^2 + d\varphi_r^2)} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r_b}{r^2} dh$$

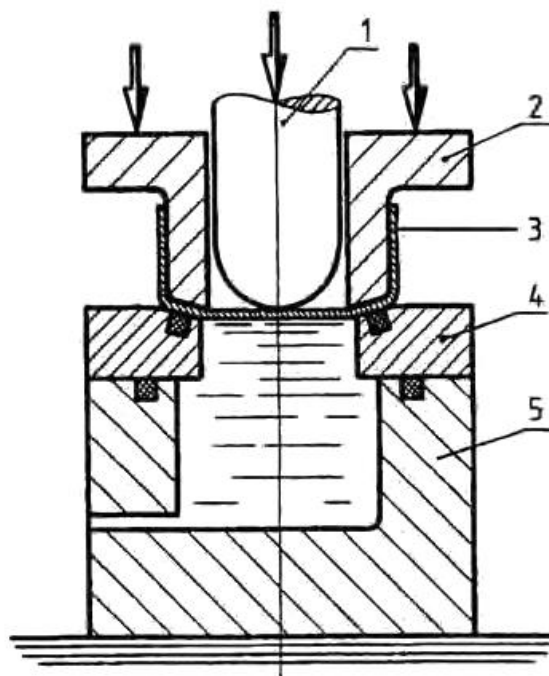
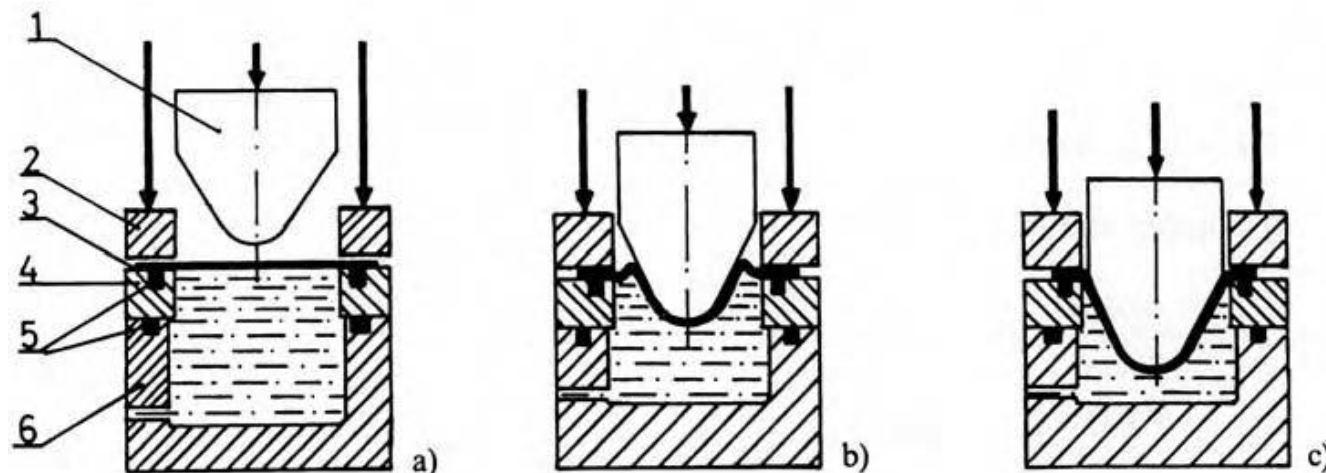
sík alakv. állapotban $\frac{2}{\sqrt{3}}$,
gyakorlatban $\beta \approx 1,1$

Húzási viszony

$$\varphi_{eq} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \int_{R_0}^{r_b} \frac{r_b}{r^2} \frac{r}{r_b} dr = \beta \ln \frac{R_0}{r_b} = \beta \ln \frac{D}{d}$$



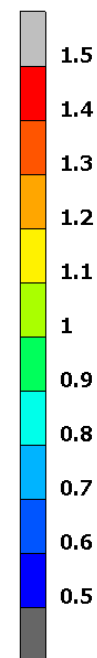
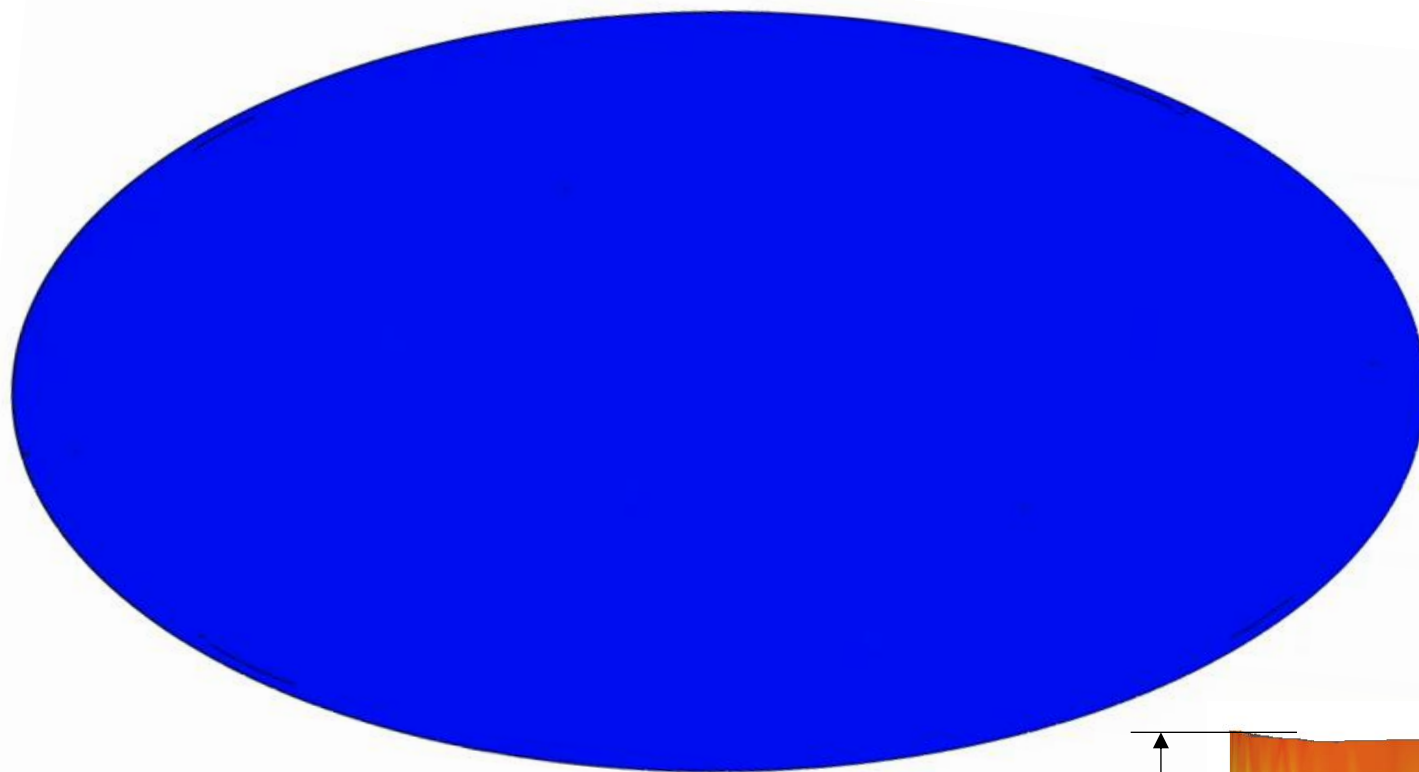
- 1) húzóbéllyeg,
- 2) ráncgátló,
- 3) munkadarab
- 4) húzógyűrű
- 5) tömítés
- 6) folyadékszekrény hidraulikus közeggel



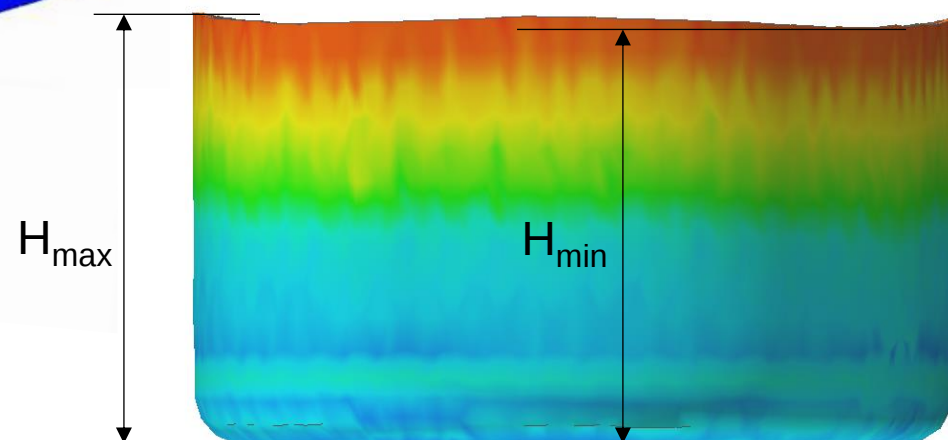
Hidromechanikus mélyhúzással a súrlódás hatása jelentősen csökkenthető, valamint jobb felületi minőség érhető el.

Továbbhúzás

- 1) húzóbéllyeg,
- 2) ráncgátló,
- 3) munkadarab
- 4) húzógyűrű
- 5) folyadékszekrény hidraulikus közeggel



A húzott csésze lemezvastagságának eloszlása (mm).



- Ziaja Gy. Alakítástechnika jegyzet
- Z. Marciniak, J.L. Duncan, S.J. Hu, Mechanics of Sheet Metal Forming