



Példatár
az
Anyagszerkezetten és anyagvizsgálat
(BMEGEMTBGA1)
tantárgy
hallgatói számára

Készítette a
BME Anyagtudomány és Technológia Tanszék
Munkaközössége
Az eredeti változatot szerkesztette: dr. Orbulov Imre Norbert
A jelenlegi változatot szerkesztette: Novák Bence



1 Kristálytan

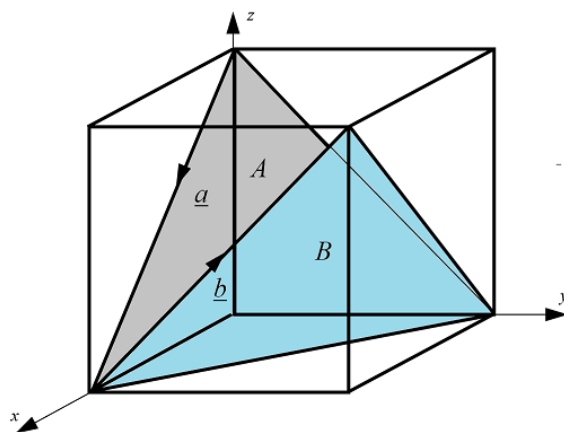
1/a

FKK egykristályban a két berajzolt csúszósíkon egy – egy diszlokáció mozog (Burgers vektor iránya az ábrán bejelölve).

a) Határozza meg a csúszósíkok és a Burgers vektorok Miller-indexét!

b) Határozza meg a diszlokáció reakció eredményeként létrejövő új diszlokáció Burgers vektorát, és diszlokációs vonalát!

c) Tüntesse fel az ábrán az eredő diszlokáció Burgers vektorát!



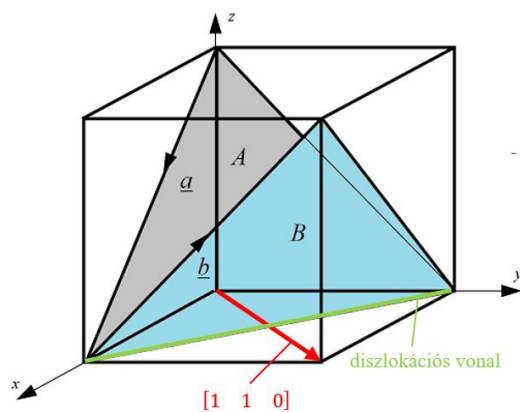
Megoldás:

A síkok Miller indexét úgy határozzuk meg, hogy a síkot kitoljuk az origóból (ezt most nem kell, mert nincs az origóban), leolvassuk a tengelyekkel vett metszetét, majd annak vesszük a reciprokát. Az x-tengely metszetét A-val, az y-tengely metszetét B-vel, a z-tengely metszetét C-vel jelöljük. Így $(h \ k \ l) := \left(n \cdot \frac{1}{A} \ n \cdot \frac{1}{B} \ n \cdot \frac{1}{C} \right)$, ahol n szorzót úgy választjuk meg, hogy a három értékre egész számot kapjunk (tegyük fel $A = 2, B = 1, C = 1$, akkor $\left(\frac{1}{2} \ 1 \ 1\right)$ -et kapnánk, ha nem szorozzuk fel, ekkor az a teendő, hogy a legkisebb egész számmal felszorozzuk –most ez 2-, hogy egész számot kapjunk, így ha az egészet felszorozzuk 2-vel a sík Miller indexe $(1 \ 2 \ 2)$ lesz). Ha valamelyik komponensre negatív szám jön ki a negatív előjelet egy felülvonással jelezzük (pl. $(\bar{1} \ 0 \ 3)$).

Az A-val jelölt síknál a rajzról leolvasható, hogy $A = 1, B = 1, C = 1$, így $\left(\frac{1}{1} \ \frac{1}{1} \ \frac{1}{1}\right)$, így a Miller indexe $(1 \ 1 \ 1)$. Ehhez hasonlóan a B-vel jelölt síknál $A = 1, B = 1, C = -1$, így a sík Miller indexe $(1 \ 1 \ \bar{1})$.

A két irány Miller indexét, úgy határozzuk meg, hogy a vektorokat betoljuk az origóba, majd leolvassuk a végpontok koordinátáit. Így az $\underline{a} = [1 \ 0 \ \bar{1}]$ és $\underline{b} = [0 \ 1 \ 1]$. Ha a Burgers vektorukra van szükség, akkor ezek szorzandók $\frac{a}{2}$ -vel.

Az eredő Burgers vektor a kiinduló Burgers vektorok vektoriális összege, tehát $[1 + 0 \ 0 + 1 \ -1 + 1] \cdot \frac{a}{2} = [1 \ 1 \ 0] \cdot \frac{a}{2}$.



1-1. ábra: 1/a feladat megoldása

Ennek diszlokációs vonala (ami merőleges az eredő Burgers vektorra) a két sík metszésvonala, melynek Miller-indexe: $[\bar{1} \ 1 \ 0]$, amely a $(0 \ 0 \ 1)$ síkban fekszik, ez az FKK rendszerben nem csúszósík (Lomer-gát).

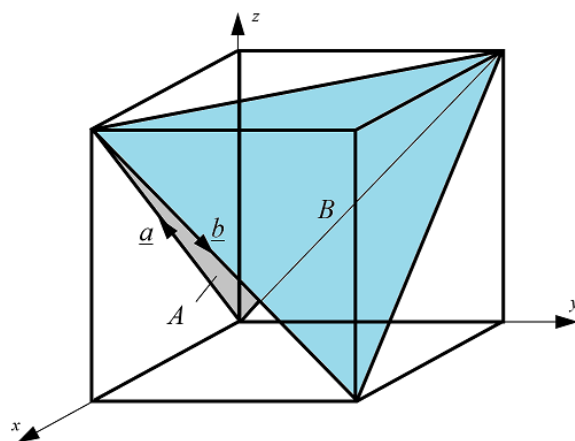
1/b

FKK egykristályban a két berajzolt csúszósíkon egy – egy diszlokáció mozog (Burgers vektor iránya az ábrán bejelölve).

a) Határozza meg a csúszósíkok és a Burgers vektorok Miller-indexét!

b) Határozza meg a diszlokáció reakció eredményeként létrejövő új diszlokáció Burgers vektorát, és diszlokációs vonalát!

c) Tüntesse fel az ábrán az eredő diszlokáció Burgers vektorát!



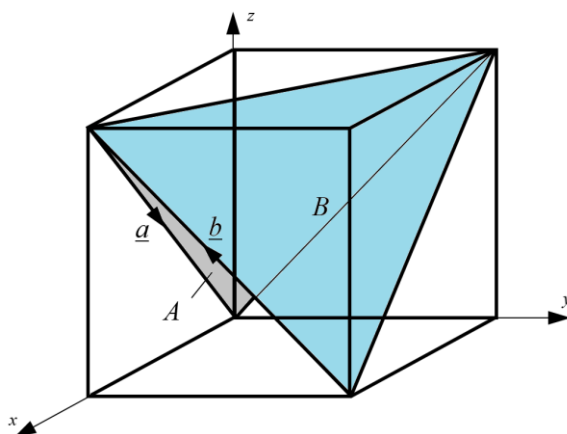
1/c

FKK egykristályban a két berajzolt csúszósíkon egy – egy diszlokáció mozog (Burgers vektor iránya az ábrán bejelölve).

a) Határozza meg a csúszósíkok és a Burgers vektorok Miller-indexét!

b) Határozza meg a diszlokáció reakció eredményeként létrejövő új diszlokáció Burgers vektorát, és diszlokációs vonalát!

c) Tüntesse fel az ábrán az eredő diszlokáció Burgers vektorát!



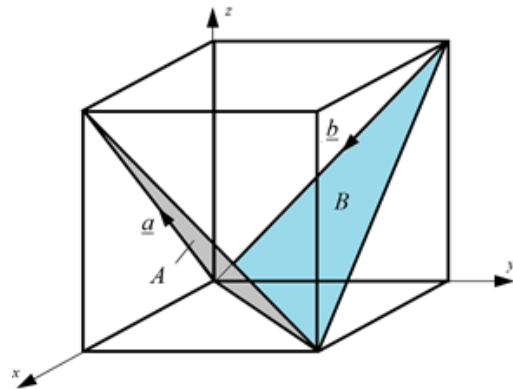
1/d

FKK egykristályban a két berajzolt csúszósíkon egy – egy diszlokáció mozog (Burgers vektor iránya az ábrán bejelölve).

a) Határozza meg a csúszósíkok és a Burgers vektorok Miller-indexét!

b) Határozza meg a diszlokáció reakció eredményeként létrejövő új diszlokáció Burgers vektorát, és diszlokációs vonalát!

c) Tüntesse fel az ábrán az eredő diszlokáció Burgers vektorát!



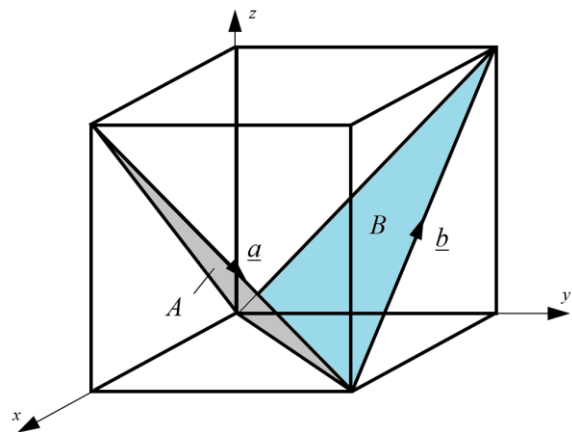
1/e

FKK egykristályban a két berajzolt csúszósíkon egy – egy diszlokáció mozog (Burgers vektor iránya az ábrán bejelölve).

a) Határozza meg a csúszósíkok és a Burgers vektorok Miller-indexét!

b) Határozza meg a diszlokáció reakció eredményeként létrejövő új diszlokáció Burgers vektorát, és diszlokációs vonalát!

c) Tüntesse fel az ábrán az eredő diszlokáció Burgers vektorát!



2/a

Mekkora egy FKK elemi cellában az $(5 \ 4 \ 3)$ és a $(9 \ 7 \ 2)$ sík által bezárt szög?

Megoldás:

A feladat megoldásához meg kell határozzuk a síkok normálisát. Ezt könnyen megtehetjük az előadáson megismert összefüggéssel, miszerint $(h \ k \ l) \perp [h \ k \ l]$. Így belátható, hogy az $(5 \ 4 \ 3)$ Miller indexű sík normálisa az $[5 \ 4 \ 3]$, a $(9 \ 7 \ 2)$ síkhoz tartozó normális pedig a $[9 \ 7 \ 2]$ irányú vektor. A két vektor bezárt szögét a skalárszorzatukkal határozzuk meg. És a két vektor bezárt szöge azonos a két sík bezárt szögével. Tehát

A vektoralgebrában tanultak szerint két vektor skaláris szorzatának eredménye egy skalár (szám). Két vektor skaláris szorzata két egyenlettel is felírható:

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

és

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos \varphi$$

Tehát

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos \varphi$$

azaz a két vektor által bezárt szög koszinusza:

$$\cos \varphi = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{|\underline{a}| \cdot |\underline{b}|}$$

$$\cos \varphi = \frac{\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} = \frac{5 \cdot 9 + 4 \cdot 7 + 3 \cdot 2}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{9^2 + 7^2 + 2^2}} = \frac{79}{10 \cdot \sqrt{67}} \Rightarrow \varphi = 15,17^\circ$$

2/b

Mekkora egy FKK elemi cellában az $(5 \ 1 \ 5)$ és a $(9 \ 7 \ 8)$ sík által bezárt szög?

Megoldás: $\varphi = 22,34^\circ$

2/c

Mekkora egy FKK elemi cellában az $(9 \ 1 \ 8)$ és a $(8 \ 1 \ 1)$ sík által bezárt szög?

Megoldás: $\varphi = 34,40^\circ$

2/d

Mekkora egy FKK elemi cellában az $(1 \ 1 \ 1)$ és a $(6 \ 1 \ 9)$ sík által bezárt szög?

Megoldás: $\varphi = 31,75^\circ$

2/e

Mekkora egy FKK elemi cellában az $(7 \ 8 \ 4)$ és a $(8 \ 3 \ 9)$ sík által bezárt szög?

Megoldás: $\varphi = 34,61^\circ$

3/a

Mi a Miller-indexe egy TKK rácsban a $(2 \ 0 \ 0)$ és a $(3 \ 1 \ 1)$ sík metszésvonalának?

Megoldás:

Ahhoz, hogy megoldjuk ezt a feladatot, itt is meg kell határoznunk a két sík normálvektorát, ugyanazon elv alapján, mint a 6. példában tettük. Tehát a $(2 \ 0 \ 0)$ sík normálvektora $[2 \ 0 \ 0]$, a $(3 \ 1 \ 1)$ sík normálvektora pedig $[3 \ 1 \ 1]$. A két sík metszésvonalának irányvektorát tudjuk meghatározni a két normálvektor vektoriális szorzatából.

A vektoralgebrában tanultak szerint két vektor ($\underline{a}$, $\underline{b}$) vektoriális szorzatának eredménye egy harmadik vektor ($\underline{c}$), amely mindkettőre merőleges és nagysága a két vektor által kifeszített paralelogramma területével azonos:

$$\underline{a} \times \underline{b} = \underline{c}$$

A vektoriális szorzat eredménye háromdimenziós, jobbsodrású Descartes-féle koordináta-rendszerben az alábbi módon írható fel:

$$\underline{a} \times \underline{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Az irányvektort jelölje $\underline{i}$, és a következő képlettel tudjuk kiszámolni

$$\begin{aligned} \underline{i} = \underline{v}_1 \times \underline{v}_2 &= [k_1 \cdot l_2 - l_1 \cdot k_2 \quad l_1 \cdot h_2 - h_1 \cdot l_2 \quad h_1 \cdot k_2 - k_1 \cdot h_2] \\ &= [0 \cdot 1 - 0 \cdot 1 \quad 0 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \quad 2 \cdot 1 - 0 \cdot 3] = [0 \quad \overline{2} \quad 2] \end{aligned}$$

3/b

Mi a Miller-indexe egy TKK rácsban a $(1 \ 2 \ 3)$ és a $(4 \ 5 \ 1)$ sík metszésvonalának?

Megoldás: $\underline{i} = [\overline{13} \ 11 \ \overline{3}]$

3/c

Mi a Miller-indexe egy TKK rácsban a $(2 \ 3 \ 4)$ és a $(5 \ 1 \ 2)$ sík metszésvonalának?

Megoldás: $\underline{i} = [2 \ 16 \ \overline{13}]$

3/d

Mi a Miller-indexe egy TKK rácsban a (3 4 5) és a (1 3 5) sík metszésvonalának?

Megoldás: $\underline{l} = [5 \quad \bar{10} \quad 2]$

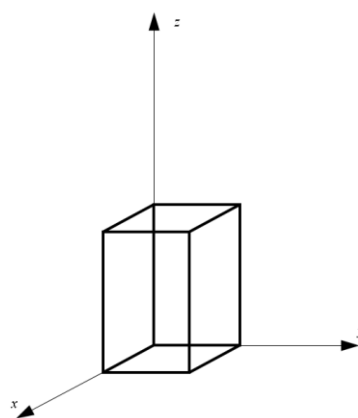
3/e

Mi a Miller-indexe egy TKK rácsban a (2 4 1) és a (3 5 2) sík metszésvonalának?

Megoldás: $\underline{l} = [3 \quad \bar{1} \quad \bar{2}]$

4/a

Egy tetragonális elemi cella rácsállandói 3 nm illetve 5 nm. Adja meg annak a síknak a Miller-indexeit, amely az x, y és z tengelyt rendre 3 nm, 6 nm és 2,5 nm-nél metszi! Rajzolja bele az ábrába a síkot.



Megoldás:

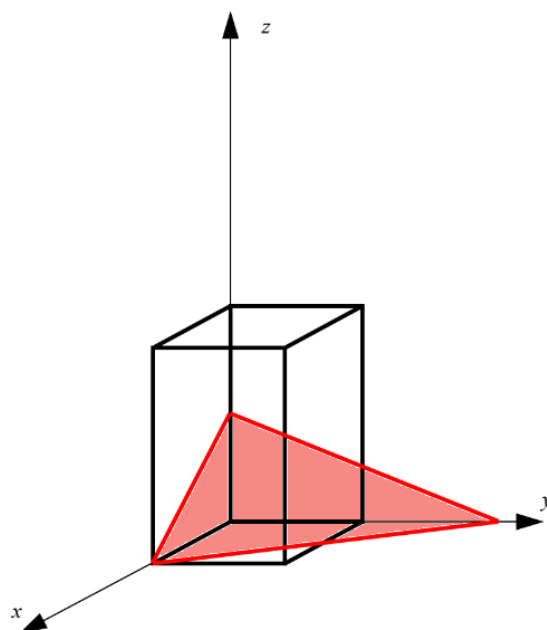
A feladat megoldásához először érdemes felírni az oldalhosszakat az ábrára. Az x- és y-tengely irányába eső oldal 3 nm a z-tengely irányába eső 5 nm. Így az x- és y-tengelyen a 3 nm jelenti az egység hosszát a z-tengelyen az 5 nm. Ez alapján már könnyen leolvasható a tengelymetszetek, ami jelen pillanatban $A = \frac{3 \text{ nm}}{3 \text{ nm}} = 1$; $B = \frac{6 \text{ nm}}{3 \text{ nm}} = 2$; $C = \frac{2,5 \text{ nm}}{5 \text{ nm}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$(h \quad k \quad l) = \left(n \cdot \frac{1}{A} \quad n \cdot \frac{1}{B} \quad n \cdot \frac{1}{C} \right) = \left(n \cdot \frac{1}{1} \quad n \cdot \frac{1}{2} \quad n \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}} \right)$$

Hogy egész számokat kapjunk n értékét 2-nek kell vegyük így

$$(h \quad k \quad l) = (2 \quad 1 \quad 4)$$

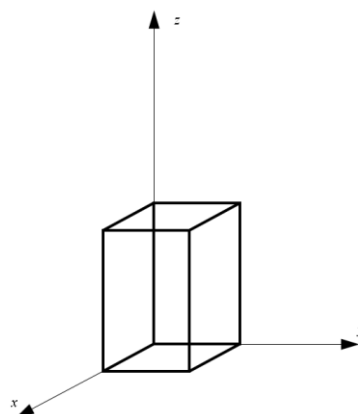
Ha ezt a síkot berajzoljuk a cellába, az a következőképp fog kinézni



1-2. ábra: 4/a feladat megoldása

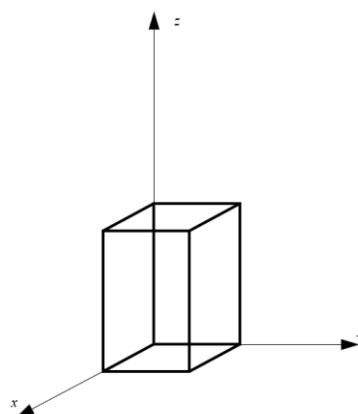
4/b

Egy tetragonális elemi cella rácsállandói 1 nm illetve 2 nm. Adja meg annak a síknak a Miller-indexeit, amely az x, y és z tengelyt rendre 2 nm, 0,5 nm és 2 nm-nél metszi! Rajzolja bele az ábrába a síkot.



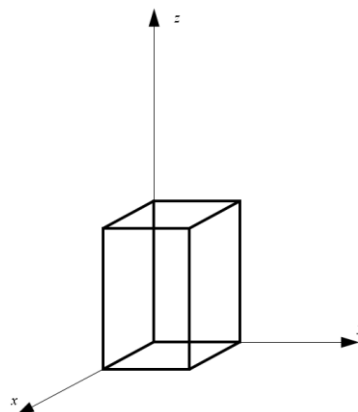
4/c

Egy tetragonális elemi cella rácsállandói 1 nm illetve 3 nm. Adja meg annak a síknak a Miller-indexeit, amely az x, y és z tengelyt rendre 1 nm, 1 nm és 1,5 nm-nél metszi! Rajzolja bele az ábrába a síkot.



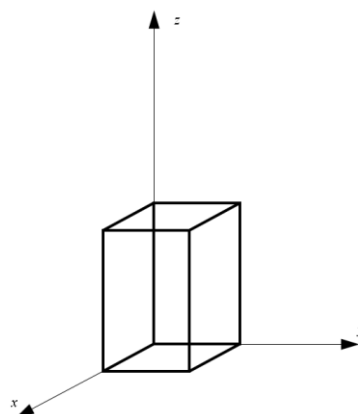
4/d

Egy tetragonális elemi cella rácsállandói 2 nm illetve 4 nm. Adja meg annak a síknak a Miller-indexeit, amely az x, y és z tengelyt rendre 1 nm, 2 nm és 2 nm-nél metszi! Rajzolja bele az ábrába a síkot.



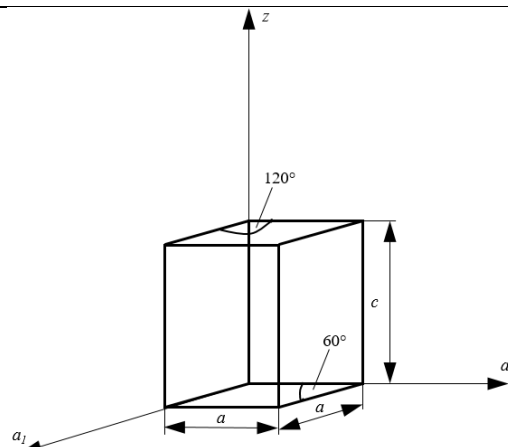
4/e

Egy tetragonális elemi cella rácsállandói 3 nm illetve 5 nm. Adja meg annak a síknak a Miller-indexeit, amely az x, y és z tengelyt rendre 3 nm, 1,5 nm és 5 nm-nél metszi! Rajzolja bele az ábrába a síkot.

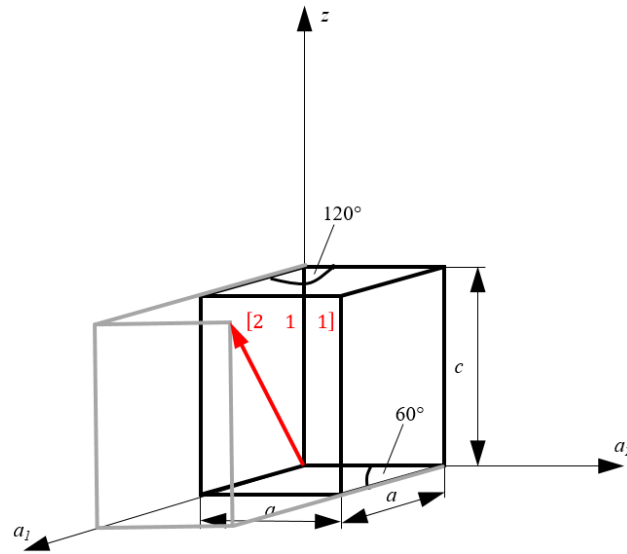


5/a

Rajzoljon fel egy ortorombos elemi cellát, és ábrázolja benne a $[2 \ 1 \ 1]$ irányt!



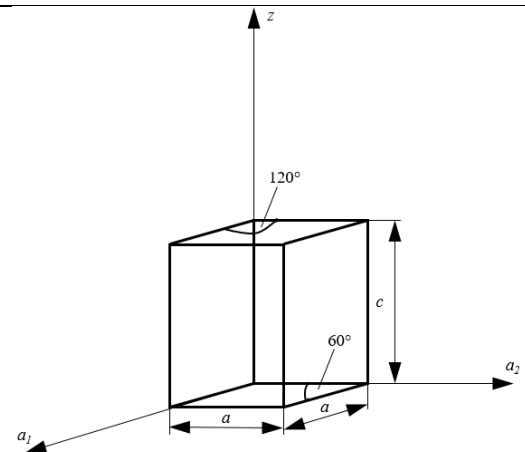
Megoldás:



1-3. ábra: 5/a feladat megoldása

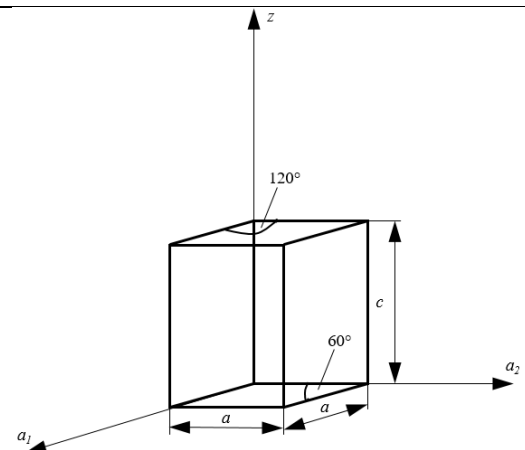
5/b

Rajzoljon fel egy ortorombos elemi cellát, és ábrázolja benne a $[1 \ 2 \ 1]$ irányt!



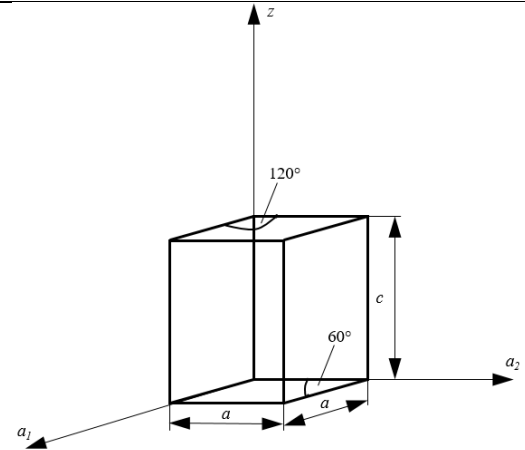
5/c

Rajzoljon fel egy ortorombos elemi cellát, és ábrázolja benne a $[1 \ 1 \ 2]$ irányt!



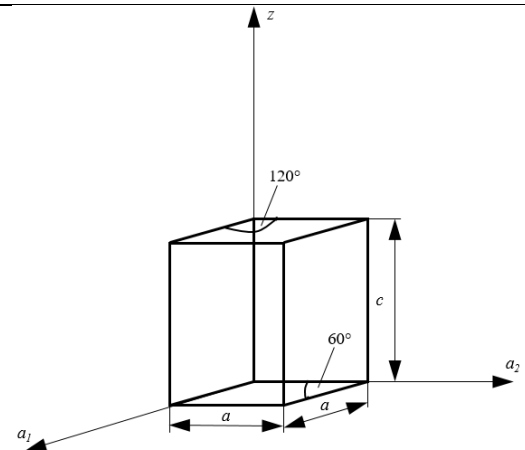
5/d

Rajzoljon fel egy ortorombos elemi cellát, és ábrázolja benne a $[\bar{1} \ 2 \ 1]$ irányt!



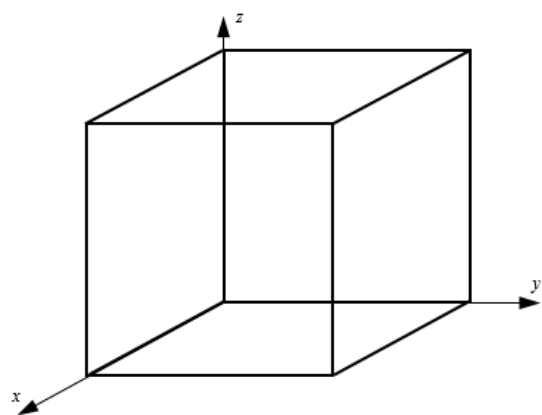
5/e

Rajzoljon fel egy ortorombos elemi cellát, és ábrázolja benne a $[1 \ \bar{1} \ 2]$ irányt!



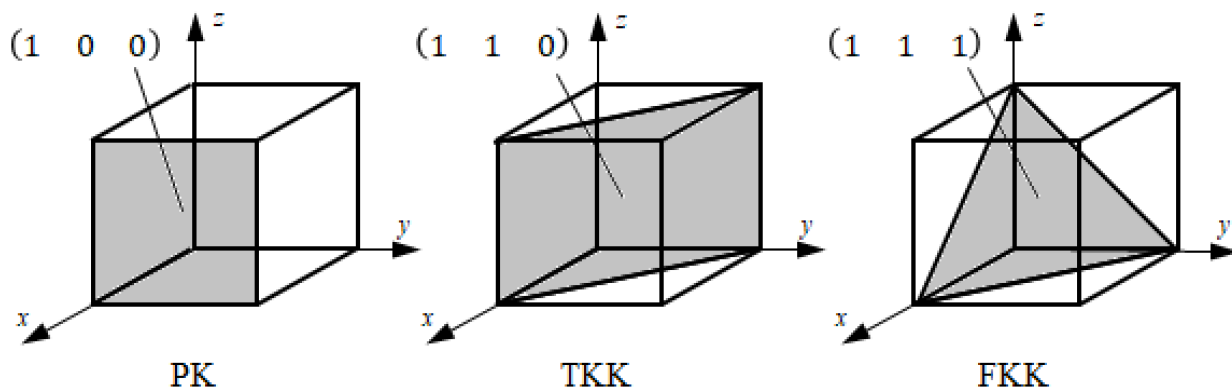
6/a

Egy éldiszlókáció Burgers-vektora az FKK rendszerben $[1 \ \bar{1} \ 0]$. Adja meg a diszlókáció egy lehetséges irányvektorát! Rajzolja be az ábrába a Burgers vektort, a csúszási síkot és a diszlókáció vonalának irányvektorát!



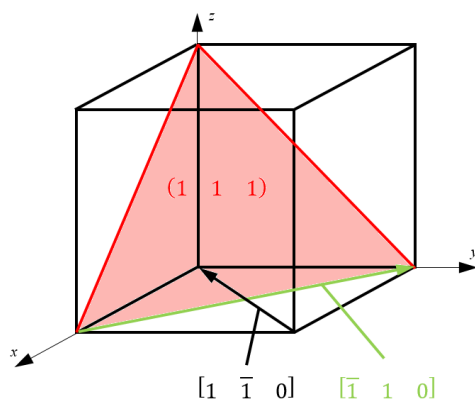
Megoldás:

A feladat helyes megoldásához először meg kell határozni, hogy egyes köbös rendszerekben melyek azok a síkok, amelyek mentén mozognak a diszlokációk.



1-4. ábra: Csúszási síkok a különböző köbös rácsokban

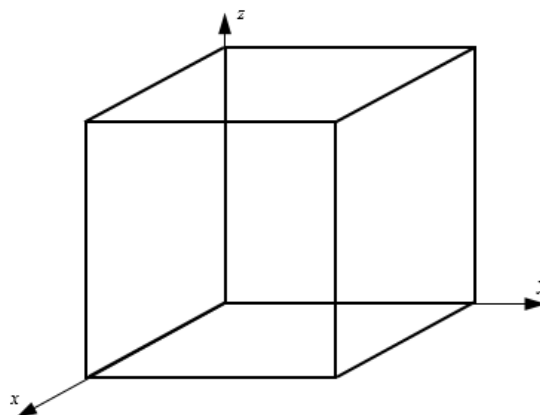
Így már tudjuk, hogy a diszlokáció vonalát az $(1 \ 1 \ 1)$ síkon kell keressük FKK rendszer esetén. Már csak egy olyan irányt kell találnunk ezen a síkon, ami merőleges a Burgers vektorra. Ilyen irány például a $[\bar{1} \ 1 \ 0]$.



1-5. ábra: 6/a feladat megoldása

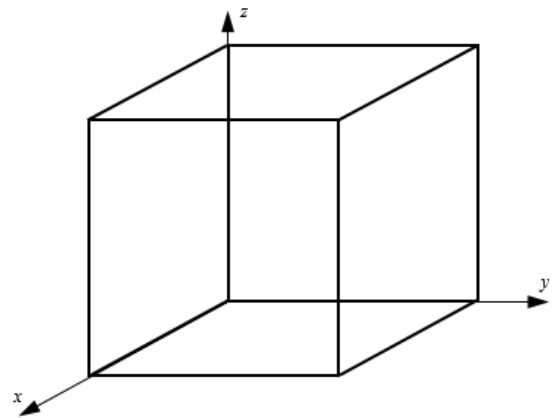
6/b

Egy éldiszlokáció Burgers-vektora az TKK rendszerben $[\bar{1} \ 1 \ 0]$. Adja meg a diszlokáció egy lehetséges irányvektorát! Rajzolja be az ábrába a Burgers vektort, a csúszási síkot és a diszlokáció vonalának irányvektorát!



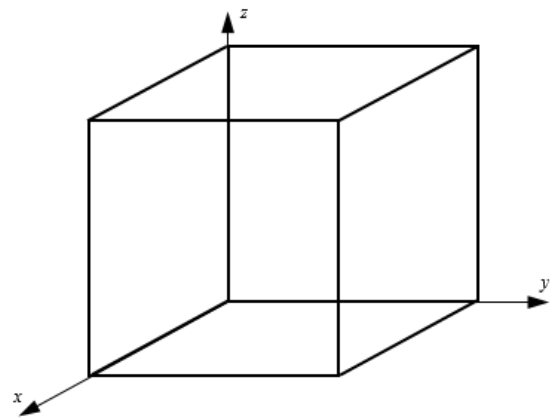
6/c

Egy éldiszlókáció Burgers-vektora az TKK rendszerben $[\bar{1} \ \bar{1} \ 0]$. Adja meg a diszlókáció egy lehetséges irányvektorát! Rajzolja be az ábrába a Burgers vektort, a csúszási síkot és a diszlókáció vonalának irányvektorát!



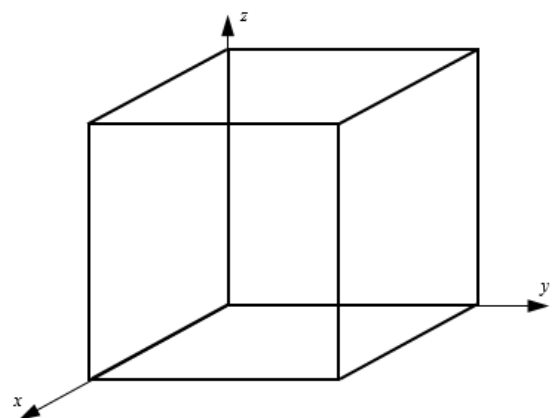
6/d

Egy éldiszlókáció Burgers-vektora az PK rendszerben $[\bar{1} \ 0 \ 0]$. Adja meg a diszlókáció egy lehetséges irányvektorát! Rajzolja be az ábrába a Burgers vektort, a csúszási síkot és a diszlókáció vonalának irányvektorát!



6/e

Egy éldiszlókáció Burgers-vektora az PK rendszerben $[0 \ 1 \ 0]$. Adja meg a diszlókáció egy lehetséges irányvektorát! Rajzolja be az ábrába a Burgers vektort, a csúszási síkot és a diszlókáció vonalának irányvektorát!



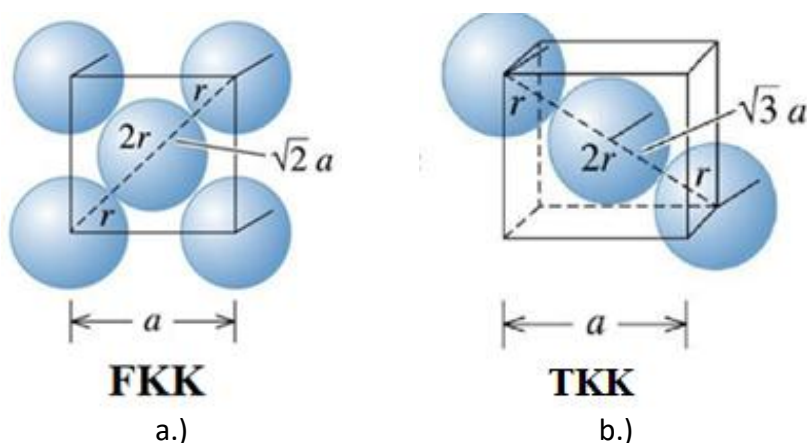
7.

Egy tiszta fém T hőmérséklet alatt TKK, felette FKK szerkezetű. Mekkora az allotróp átalakulás okozta térfogatváltozás hevítéskor, ha a legközelebbi szomszédok távolsága és a rendszert alkotó atomok száma állandónak tekinthető.

Megoldás:

A feladatban megfogalmazott peremfeltétel azt jelenti, hogy a rácsokat alkotó bázisok képzeletbeli befoglaló átmérője (d) valamint a rácsot alkotó atomok száma (N) azonos. Ki kell fejeznünk az FKK és a TKK rács térfogatát. Ha a rácsparaméter a akkor a köbös rács térfogata: $V = na^3$, ahol n az elemi cellák száma a rácsban.

A feladat megoldásához tehát a rácsparamétert kell meghatároznunk, célszerűen a bázisok átmérőjének függvényében. FKK rács esetén egy lapátló mentén 3 bázis érintkezik – ahogy az az 1-6. ábra mutatja. Ezek együtt $4r = 2d$ távolságot (a lapátló hossza) testesítenek meg.



1-6. ábra: Atomok elhelyezkedése a.) FKK rács b.) TKK rács esetén

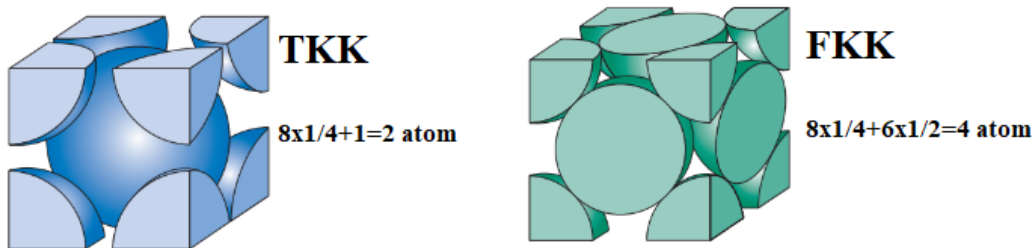
A lapátló hosszát kifejezhetjük a rácsparaméterrel is, annak $\sqrt{2}$ -szerese. Összefoglalva egy elemi cella térfogatára írhatjuk, hogy:

$$a_{FKK}\sqrt{2} = 2d \Rightarrow a_{FKK} = \frac{2}{\sqrt{2}}d \Rightarrow V_{FKK}^c = \frac{8}{2\sqrt{2}}d^3$$

Ugyanilyen gondolatmenettel a TKK rács egy cellájának térfogata (a $2d$ távolság most térátlónak felel meg, amely a rácsparaméter $\sqrt{3}$ -szorosa) – lásd 1-6. ábra:

$$a_{TKK}\sqrt{3} = 2d \Rightarrow a_{TKK} = \frac{2}{\sqrt{3}}d \Rightarrow V_{TKK}^c = \frac{8}{3\sqrt{3}}d^3$$

A TKK rács egy elemi cellája 2 atomot tartalmaz, így ha N az összes atom száma, akkor $\frac{N}{2}$ elemi cella van a rácsban.



1-7. ábra: Egy elemi cellában lévő atomok TKK és FKK rács esetén

Ugyanez az érték az FKK rácsra (mivel egy elemi cellában 4 atom van) $\frac{N}{4}$.

A következő arányosságot állítjuk fel:

$$\frac{V_{FKK} - V_{TKK}}{V_{TKK}} \cdot 100 = \frac{\frac{N}{4} V_{FKK}^c - \frac{N}{2} V_{TKK}^c}{\frac{N}{2} V_{TKK}^c} \cdot 100 = -8,1\%$$

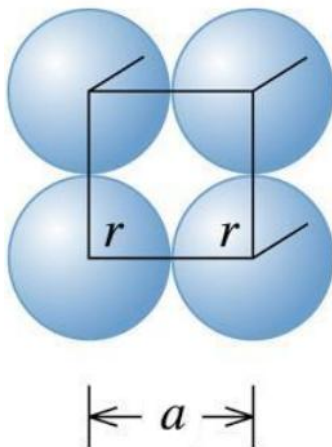
a térfogatváltozás százalékos értéke.

8.

Ismertesse az összefüggést az atomátmérő és a rácsállandó között PK rács esetén is!

Megoldás:

PK rács esetén a kocka oldalélei mentén érintkezik 2 bázis. Ezek együtt d távolságot testesítenek meg.



1-8. ábra: Atomok elhelyezkedése PK rács esetén

Így egy elemi cellára a következőt írhatjuk fel:

$$a_{PK} = 2r = d \Rightarrow a_{PK} = d \Rightarrow V_{PK}^c = d^3$$

9/a

Az ólom atomátmérője 0,175 nm. Számítsa ki az elemi cella térfogatát!

Megoldás:

A feladat megoldásához, először is ismerni az adott fém (ólom) rács típusát. Az ólom atomjai FKK cellát alkotnak, ezért a következő módon számoljuk ki az elemi cella térfogatát:

$$FKK \Rightarrow V_{FKK}^c = \frac{8}{2\sqrt{2}} d^3 = \frac{8}{2\sqrt{2}} (0,175 \text{ nm})^3 = 0,01516 \text{ nm}^3$$

9/b

Az réz atomátmérője 0,135 nm. Számítsa ki az elemi cella térfogatát!

Megoldás: $FKK \Rightarrow V_{FKK}^c = 0,00696 \text{ nm}^3$

9/c

Az nátrium atomátmérője 0,180 nm. Számítsa ki az elemi cella térfogatát!

Megoldás: $TKK \Rightarrow V_{TKK}^c = 0,00898 \text{ nm}^3$

9/d

Az molibdén atomátmérője 0,145 nm. Számítsa ki az elemi cella térfogatát!

Megoldás: $TKK \Rightarrow V_{TKK}^c = 0,00469 \text{ nm}^3$

9/e

Az polónium atomátmérője 0,190 nm. Számítsa ki az elemi cella térfogatát!

Megoldás: $PK \Rightarrow V_{PK}^c = 0,00686 \text{ nm}^3$

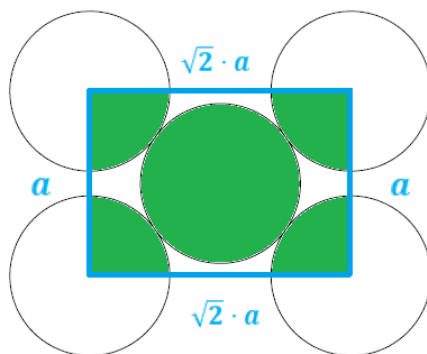
10/a

Számítsa ki a síkbeli kitöltési tényező értékét a TKK rendszerben az $(1 \ 1 \ 0)$ és az $(1 \ 1 \ 1)$ síkokra!

Megoldás:

A síkbeli kitöltési tényező (angolul planar packing factor PPF) azt mutatja meg, hogy az adott síkban a cella területéhez képest mekkora az atomok által lefedett terület. Így a feladat megoldásához meg kell határozni a cella területét, azt hogy hány atom van a cellában és az atomok területét.

TKK rácsnál az $(1 \ 1 \ 0)$ -es síkon az atomok elrendezését a 1-9. ábra.



1-9. ábra: TKK rács $(1 \ 1 \ 0)$ síkjának metszete

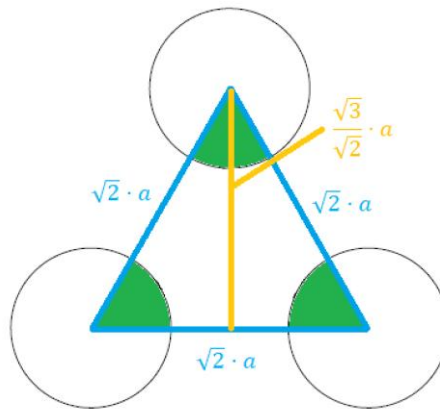
A cella egy téglalap, aminek az egyik oldala a , másik oldala $\sqrt{2} \cdot a$. Az ábrán a cellában található atomok zöld színnel jelöltek: $n = 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 2$. Átaluk lefedett területet pedig $T_{atom} =$

$$n \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = 2 \cdot \left(\frac{\frac{\sqrt{3} \cdot a}{2}}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{3a^2}{8} \cdot \pi \text{ (mert } d = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ lásd)}$$

7. feladat). A cella területe, a téglalap területével egyenlő $T_{cella} = \sqrt{2} \cdot a^2$. Így a síkbeli kitöltési tényező

$$PPF_{TKK,(110)} = \frac{T_{atom}}{T_{cella}} = \frac{\frac{3a^2}{8} \cdot \pi}{\sqrt{2} \cdot a^2} = \frac{3\pi}{8\sqrt{2}} \approx 0,83$$

Az $(1 \ 1 \ 1)$ sík esetén a cella nem egy téglalap lesz, hanem egy szabályos háromszög lásd 1-10. ábra.



1-10. ábra: TKK rács (1 1 1) síkjának metszete

A cellában lévő atomok zöld színnel jelöltek (lásd 1-10. ábra); $3 \cdot \frac{1}{6} = 0,5$ atom. Az általuk lefedett területet $T_{atom} = n \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = 0,5 \cdot \left(\frac{\frac{\sqrt{3} \cdot a}{2}}{2}\right)^2 \cdot \pi = 0,5 \cdot \frac{3a^2\pi}{16}$. A cella területe, a háromszög területével egyenlő $T_{cella} = \frac{\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{2}$. Így a síkbeli kitöltési tényező

$$PPF_{TKK,(111)} = \frac{T_{atom}}{T_{cella}} = \frac{0,5 \cdot \frac{3a^2\pi}{16}}{\frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{2}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{16} \approx 0,34$$

10/b

Számítsa ki a síkbeli kitöltési tényező értékét a TKK rendszerben az (1 0 0) síkra!

Megoldás: $PPF_{TKK,(100)} \approx 0,59$

10/c

Számítsa ki a síkbeli kitöltési tényező értékét a FKK rendszerben az (1 0 0) síkra!

Megoldás: $PPF_{FKK,(100)} \approx 0,79$

10/d

Számítsa ki a síkbeli kitöltési tényező értékét a FKK rendszerben az (1 1 0) síkra!

Megoldás: $PPF_{FKK,(110)} \approx 0,28$

10/e

Számítsa ki a síkbeli kitöltési tényező értékét a FKK rendszerben az (1 1 1) síkra!

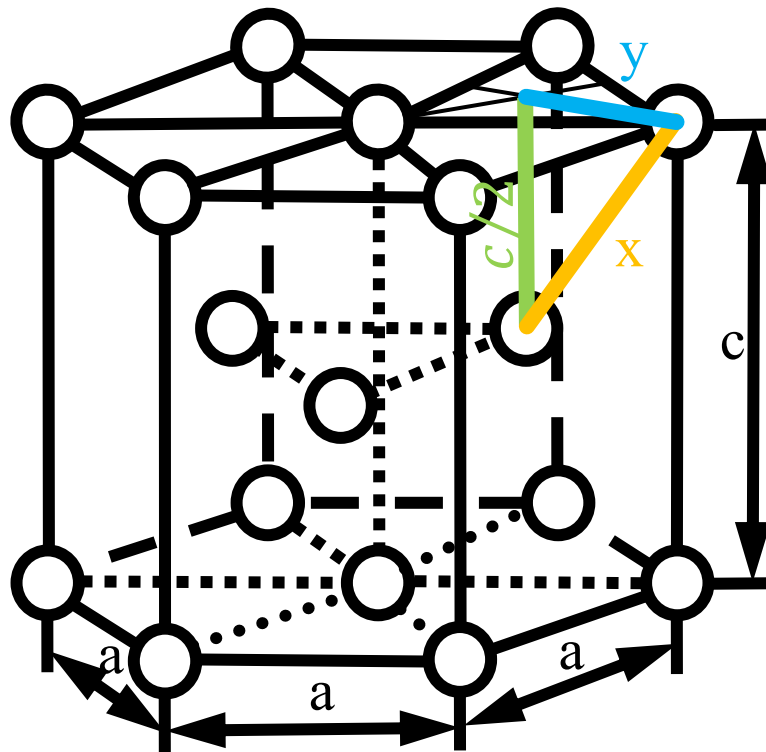
Megoldás: $PPF_{FKK,(111)} \approx 0,91$

11.

Ideális szorosan pakolt hexagonális rács esetén számítsa ki a c/a arányt!

Megoldás:

A feladat első lépéseként tanulmányozzuk kicsit a szorosan pakolt hexagonális rácsot. A rács felépítését a 1-11. ábra mutatja.



1-11. ábra: Szorosan pakolt hexagonális rács

A hasáb két alapja 1-1 a oldalú szabályos hatszög, magassága c . Továbbá tudjuk, hogy az összes atom ugyanakkora távolságra van egymástól. Az alapokon látszik, hogy ez a távolság a . A középső síkon is a , de a különböző szinteken lévő atomok is egyenlő távolságra vannak egymástól, így az ábrán behúzott x távolságnak is meg kell egyeznie az a -val. Ebből az egyenlőségből indulva tudjuk kifejezni a c/a arányt. Ehhez előbb meg kell határoznunk az x -et, az a és c méretek segítségével. Ezt könnyen megtehetjük, ha az ábrán szereplő derékszögű háromszögre felírunk egy Pitagorasz-tételt. Mivel egy ismeretlen van benne (y), azt fejezzük ki. Tudjuk, hogy a hatszög szabályos, így felbontható 6 szabályos háromszögre. A szabályos háromszög súlypontja alatt van vízszintesen lefele a középső síkon ülő atom. Tudjuk, hogy a súlyvonal szabályos háromszög esetén egybe esik a magassággal, így a magasság $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Továbbá azt is tudjuk, hogy a súlypont a súlyvonalat (tehát a magasságot is) 1:2 arányban osztja, tehát $y = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$. y ismeretében felírhatjuk a Pitagorasz-tételt x -re

$$x = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

Továbbá tudjuk, hogy $x = a$, tehát

$$x = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = a \Rightarrow a^2 = \frac{c^2}{4} + \frac{a^2}{3} \Rightarrow \frac{c^2}{4} = \frac{2 \cdot a^2}{3} \Rightarrow \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 1,633$$

12.

Valamely fémes anyag sűrűsége az alábbi összefüggéssel számítható ki: $\rho = \frac{n \cdot A}{V^c \cdot N_A}$, ahol n az elemi cellához tartozó atomok száma, ahol A az atomsúly (g/mol), V^c az elemi cella térfogata és N_A az Avogadro-féle szám ($6,023 \times 10^{23}$ /mol). Állapítsa meg az alábbi három hipotetikus anyagról, hogy FKK, TKK vagy PK rácshoz tartozik!

Anyag	Atomsúly (g/mol)	Sűrűség (g/cm ³)	Atomsugár (nm)
A	43,1	6,4	0,122
B	184,4	12,3	0,146
C	91,6	9,6	0,137

Megoldás:

Az elemi cellához tartozó bázisok száma (n) PK esetben 1, TKK esetében 2, FKK esetében pedig 4. A térfogatok az atomátmérőkkel kifejezve, lásd 7.-8. feladat, egyszerű köbös esetben az atomok oldalél mentén érintkeznek, vagyis $a = d$).

$$V_{PK}^c = d^3$$

$$V_{TKK}^c = \frac{8}{3\sqrt{3}} d^3$$

$$V_{FKK}^c = \frac{8}{2\sqrt{2}} d^3$$

Hogy megspóroljunk magunknak egy számolást érdemes először azt feltételezni, hogy a hipotetikus anyagunk TKK rácslú. Ha a számolt sűrűség nagyobb, mint a megadott akkor az anyag FKK rácslú, ha kisebb, mint a megadott, akkor PK.

Az A jelű anyag esetén

$$\rho = \frac{n_{TKK} \cdot A}{V_{TKK}^c \cdot N_A} = \frac{2 \cdot 43,1 \frac{g}{mol}}{\frac{8}{3 \cdot \sqrt{3}} \cdot (0,244 \cdot 10^{-7} cm)^3 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}} = 6,4 \frac{g}{cm^3} \Rightarrow TKK$$

A másik két esetben hasonló módon kell számolni. Így a B és C jelű anyagokra, azt kapjuk, hogy a B PK rácslú anyag, a C pedig szintén TKK rácslú anyag.

13/a

Számítsa ki a palládium atomátmérőjét! A palládiumnak FKK rácsa van, sűrűsége 12 g/cm^3 , atomsúlya $106,4 \text{ g/mol}$.

Megoldás:

A feladat megoldásához szükségünk lesz az előző feladatban már szerepelt sűrűség képletre és a köbös cellák térfogatára, valamint, hány atomot tartalmaznak a különböző cellák. Ezek ismeretében a feladatot a sűrűségre vonatkozó képlet átrendezésével meghatározható a kérdéses atomátmérő.

$$\rho = \frac{n_{\text{FKK}} \cdot A}{V_{\text{FKK}} \cdot N_A} = \frac{n_{\text{FKK}} \cdot A}{\frac{8}{2\sqrt{2}} d^3 \cdot N_A} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{n_{\text{FKK}} \cdot A}{\frac{8}{2\sqrt{2}} \rho \cdot N_A}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 106,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{\frac{8}{2\sqrt{2}} 12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}}$$

$$= 0,2751 \text{ nm}$$

13/b

Számítsa ki a réz atom átmérőjét! A réznek FKK rácsa van, sűrűsége $8,96 \text{ g/cm}^3$, atomsúlya $63,55 \text{ g/mol}$.

Megoldás: $d = 0,2554 \text{ nm}$

13/c

Számítsa ki a nátrium atom átmérőjét! A nátriumnak TKK rácsa van, sűrűsége $0,968 \text{ g/cm}^3$, atomsúlya $22,99 \text{ g/mol}$.

Megoldás: $d = 0,3714 \text{ nm}$

13/d

Számítsa ki a molibdén atom átmérőjét! A molibdénnek TKK rácsa van, sűrűsége $10,28 \text{ g/cm}^3$, atomsúlya $95,95 \text{ g/mol}$.

Megoldás: $d = 0,2720 \text{ nm}$

13/e

Számítsa ki a polónium atom átmérőjét! A polóniumnak PK rácsa van, sűrűsége $9,2 \text{ g/cm}^3$, atomsúlya 209 g/mol .

Megoldás: $d = 0,3354 \text{ nm}$

14.

Számítsa ki a térbeli kitöltési tényező értékét PK, TKK és FKK rács esetén!

Megoldás:

A térbeli kitöltési tényező azt mutatja meg, hogy egy kristályrácsban belül egy elemi cellában lévő atomok milyen arányban töltik ki azt. Így a térbeli kitöltési tényezőt a következő képlettel számolhatjuk

$$T = \frac{n \cdot V_{atom}}{V^c}$$

ahol $V_{atom} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$ egy atom térfogata, n az elemi cellában lévő atomok száma, V^c pedig az elemi cella térfogata.

Az n és V^c értékét már a 7.-8. feladat meghatároztuk, ezek a következőképpen alakulnak:

$$\begin{aligned} n_{PK} &= 1; V^c_{PK} = d^3 \\ n_{TKK} &= 2; V^c_{TKK} = \frac{8}{3\sqrt{3}}d^3 \\ n_{FKK} &= 4; V^c_{FKK} = \frac{8}{2\sqrt{2}}d^3 \end{aligned}$$

Így már meghatározhatjuk a térbeli kitöltési tényezőt a három rács típusra:

$$T_{PK} = \frac{n_{PK} \cdot V_{atom}}{V^c_{PK}} = \frac{1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{d^3} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \frac{d^3}{8} \cdot \pi}{d^3} = \frac{\pi}{6} \approx 0,52$$

$$T_{TKK} = \frac{n_{TKK} \cdot V_{atom}}{V^c_{TKK}} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{\frac{8}{3\sqrt{3}}d^3} = \frac{\frac{8}{3} \cdot \frac{d^3}{8} \cdot \pi}{\frac{8}{3\sqrt{3}}d^3} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi}{24} \approx 0,68$$

$$T_{FKK} = \frac{n_{FKK} \cdot V_{atom}}{V^c_{FKK}} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{\frac{8}{2\sqrt{2}}d^3} = \frac{\frac{16}{3} \cdot \frac{d^3}{8} \cdot \pi}{\frac{8}{2\sqrt{2}}d^3} = \frac{4 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi}{24} \approx 0,74$$

15.

Valamely fémes anyag sűrűsége az alábbi összefüggéssel számítható ki: $\rho = \frac{n \cdot A}{V^c \cdot N_A}$, ahol n az elemi cellához tartozó atomok száma, A atomsúly (g/mol), V^c az elemi cella térfogata és N_A az Avogadro féle szám ($6,023 \times 10^{23}$ /mol). Az Indium tetragonális kristálycellával rendelkező fém. A rácsparaméterek $a = 0,459$ nm és $c = 0,495$ nm. A rács térkitöltési tényezője 0.69, és az atomrádiusz $r = 0,1625$ nm.

- Határozza meg az egy cellához tartozó atomok számát!
- Határozza meg a sűrűséget, ha az atomsúly 114,82 g/mol!

Megoldás:

A térkitöltési tényező a cellában található atomok térfogatának és az elemi cella térfogatának hányadosa. Az atomok gömbökkel közelíthetők, egy atom térfogata így

$$V_{atom} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

A tetragonális rács elemi cellája egy a oldalú négyzet alapú, c magasságú téglatest, amelynek térfogata

$$V^c = a^2 \cdot c$$

Ezekkel a térkitöltési tényező, figyelembe véve, hogy egy elemi cella n darab atomot tartalmaz

$$T = \frac{n \cdot V_{atom}}{V^c} \Rightarrow n = T \frac{V^c}{V_{atom}} = \frac{T \cdot a^2 \cdot c}{\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi} = \frac{0,69 \cdot (0,459 \text{ nm})^2 \cdot 0,495}{\frac{4}{3} \cdot (0,1625 \text{ nm})^3 \cdot \pi} = 4,034 \approx 4$$

Ezzel a sűrűség számíthatóvá válik

$$\rho = \frac{n \cdot A}{V^c \cdot N_A} = \frac{4 \cdot 114,82 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{(0,459 \cdot 10^{-7} \text{ cm})^2 \cdot 0,495 \cdot 10^{-7} \text{ cm} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}} = 7,312 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

16.

Egy FKK egykristályt F húzóerő terhel a $[2 \quad \bar{3} \quad 1]$ iránnyal párhuzamosan. Határozza meg, hogy az alábbi csúszási rendszerek közül melyikben indul meg a képlékeny alakváltozás.

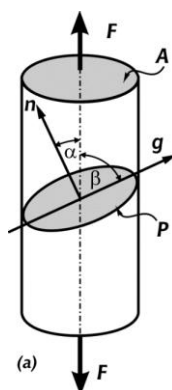
- $[0 \quad \bar{1} \quad 1](1 \quad \bar{1} \quad \bar{1})$, b) $[0 \quad 1 \quad 1](1 \quad \bar{1} \quad 1)$, c) $[1 \quad \bar{1} \quad 0](1 \quad 1 \quad \bar{1})$.

Megoldás:

Abban a csúszási rendszerben indul meg leghamarabb a képlékeny alakváltozás, amelyik Schmid-tényezője a legnagyobb. A Schmid tényező definíció szerint:

$$m = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$

Ahol α a terhelő erő iránya és a csúszási sík normálisa által bezárt szög, és β a terhelő erő iránya és a csúszási irány által bezárt szög (1-12. ábra).



1-12. ábra: Schmid-tényező értelmezése

Vektoralgebrából ismert, ha adott két, közös pontból induló $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektor és a köztük lévő szög γ , akkor a szög koszinusza:

$$\cos(\gamma) = \frac{\underline{a} \cdot \underline{b}}{|\underline{a}| \cdot |\underline{b}|}$$

,ahol a számlálóban a két vektor skaláris szorzata szerepel.

Esetünkben a következők alkalmazhatók:

$$\cos(\alpha) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{n}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{n}|}$$

$$\cos(\beta) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{g}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{g}|}$$

Itt figyelembe vettük, hogy egy sík (jelen esetben a csúszási sík) Miller indexe azonos a sík normálisának Miller indexével ($(h \ k \ l) \perp [h \ k \ l]$). Így az a feladatban szereplő csúszási rendszerre

$$\cos(\alpha) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{n}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{n}|} = \frac{2 \cdot 1 + (-3) \cdot (-1) + 1 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{6}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{g}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{g}|} = \frac{2 \cdot 0 + (-3) \cdot (-1) + 1 \cdot 1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$m_a = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{4}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{6}} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{4 \cdot \sqrt{6}}{21}$$

A másik két esetben pedig

$$m_b = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right) = -\frac{\sqrt{6}}{7}$$

$$m_c = \left(-\frac{2}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{6}}\right) \cdot \frac{5}{\sqrt{7} \cdot 2} = -\frac{5\sqrt{6}}{42}$$

A negatív értékeknek abszolút értékét kell venni. Fentiek alapján az „a” rendszerben indul meg leghamarabb a csúszás.

17/a

Egy FKK egykristályra ható húzófeszültség párhuzamos a $[0 \ 0 \ 1]$ iránnyal. Az $[\bar{1} \ 0 \ 1](1 \ 1 \ 1)$ csúszási rendszerben a képlékeny alakváltozás akkor indul meg, amikor a húzófeszültség $\sigma = 1,1 \text{ MPa}$. Határozza meg a kritikus csúsztató feszültséget!

Megoldás:

Az előző példa alapján a csúszási rendszer Schmidt tényezője meghatározható.

$$\cos(\alpha) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{n}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{n}|} = \frac{0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{g}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{g}|} = \frac{0 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$m_a = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6} = 0,1833 \cdot \sqrt{6}$$

A csúszás megindulásához szükséges csúsztatófeszültség kritikus értéke a Schmid-tényező és a normálfeszültség (σ) szorzata:

$$\tau_{krit} = m\sigma = 0,1833 \cdot \sqrt{6} \cdot 1,1 \text{ MPa} = 0,4491 \text{ MPa}$$

17/b

Egy FKK egykristályra ható húzófeszültség párhuzamos a $[1 \ 0 \ 1]$ iránnyal. Az $[1 \ 0 \ 1](1 \ 1 \ 1)$ csúszási rendszerben a képlékeny alakváltozás akkor indul meg, amikor a húzófeszültség $\sigma = 1,3 \text{ MPa}$. Határozza meg a kritikus csúsztató feszültséget!

Megoldás: $\tau_{krit} = 1,0614 \text{ MPa}$

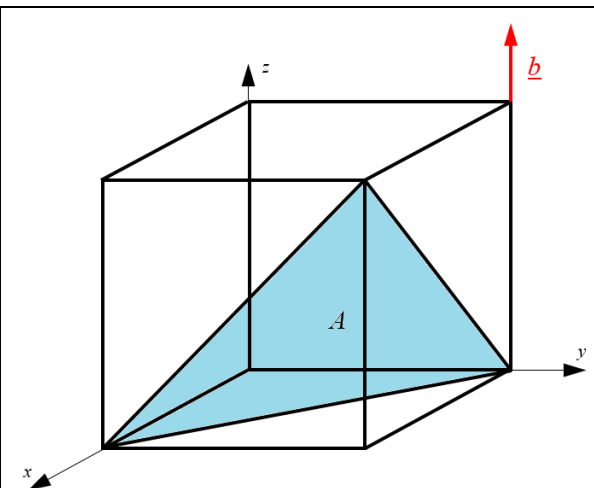
17/c

Egy TTK egykristályra ható húzófeszültség párhuzamos a $[0 \ 1 \ 1]$ iránnyal. Az $[\bar{1} \ 0 \ 1](1 \ 1 \ 0)$ csúszási rendszerben a képlékeny alakváltozás akkor indul meg, amikor a húzófeszültség $\sigma = 1,2 \text{ MPa}$. Határozza meg a kritikus csúsztató feszültséget!

Megoldás: $\tau_{krit} = 0,3000 \text{ MPa}$

Határozza meg az FKK egykristályban az A csúszósík Miller-indexét!

Ábrázoljon ebben a csúszósíkban egy csúszási irányt és határozza meg ennek a csúszási rendszernek a Schmid-tényezőjét annak figyelembevételével, hogy az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.



Megoldás:

A sík Miller indexét úgy határozzuk meg, leolvassuk a tengelyekkel vett metszetét, majd annak vesszük a reciprokát és egészre felszorozzuk - ha szükséges. Jelen esetben a tengelymetszetek: 1, 1 és -1, így a Miller index $(1 \ 1 \ \bar{1})$. A Schmid-tényező meghatározásához a sík normálisára ($\underline{n}$) lesz szükség ami $(h \ k \ l) \perp [h \ k \ l]$ összefüggés alapján $[1 \ 1 \ \bar{1}]$.

Írányok Miller indexét úgy határozzuk meg, hogy az adott vektort betoljuk az origóba, majd leolvassuk a végpontjának koordinátáit. Például a $\underline{b}$ esetében a Miller index $[0 \ 0 \ 1]$ ($\underline{b}$ ebben a feladatban a terhelő F erővel azonos irányú).

Csúszási irány egy adott csúszási síkban az atomokkal legsűrűbben rakott irány (lásd 6/a feladat). Jelen esetben (FKK rendszer miatt) a $[0 \ \bar{1} \ \bar{1}]$ irány (a hozzáánk legközelebb eső lap átlója, amely balra-lefelé mutat, a feladatban erre az irányra a továbbiakban úgy hivatkozunk, hogy ez a $\underline{g}$). Ezt a $\underline{g}$ -t meg kellene mutatni az ábrán is!

A fentiek és az eddig tanultak alapján a csúszási rendszer Schmid-tényezője meghatározható.

$$\cos(\alpha) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{n}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{n}|} = \frac{0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

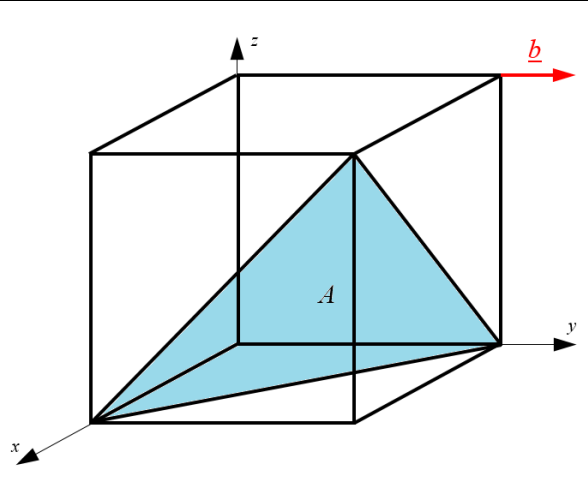
$$\cos(\beta) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{g}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{g}|} = \frac{0 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$m = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{6}} = 0,4082$$

18/b

Határozza meg az FKK egykristályban az A csúszósík Miller-indexét!
 Ábrázoljon ebben a csúszósíkban egy csúszási irányt és határozza meg ennek a csúszási rendszernek a Schmid-tényezőjét annak figyelembevételével, hogy az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.

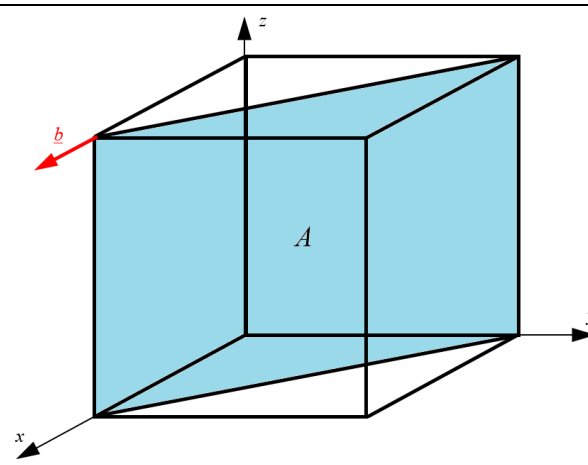
Megoldás: $m = 0,4082$



18/c

Határozza meg az TKK egykristályban az A csúszósík Miller-indexét. Ábrázoljon ebben a csúszósíkban egy csúszási irányt és határozza meg ennek a csúszási rendszernek a Schmid-tényezőjét annak figyelembevételével, hogy az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.

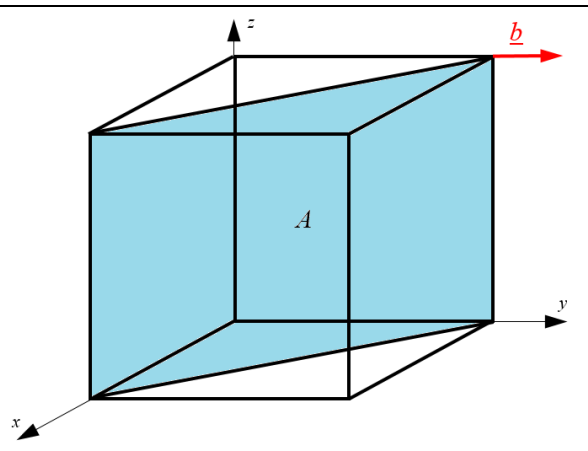
Megoldás: $m = 0,4082$



18/d

Határozza meg az TKK egykristályban az A csúszósík Miller-indexét. Ábrázoljon ebben a csúszósíkban egy csúszási irányt és határozza meg ennek a csúszási rendszernek a Schmid-tényezőjét annak figyelembevételével, hogy az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.

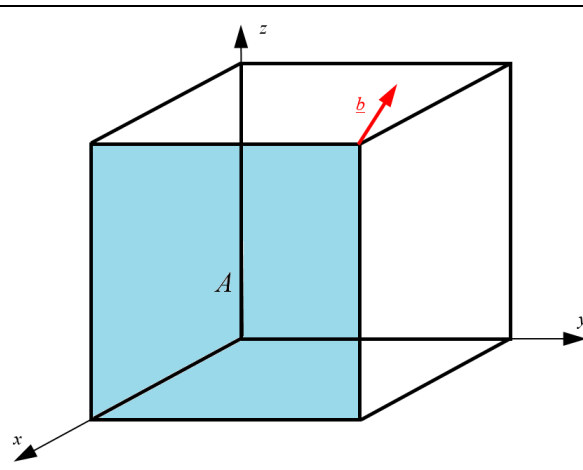
Megoldás: $m = 0,4082$



18/e

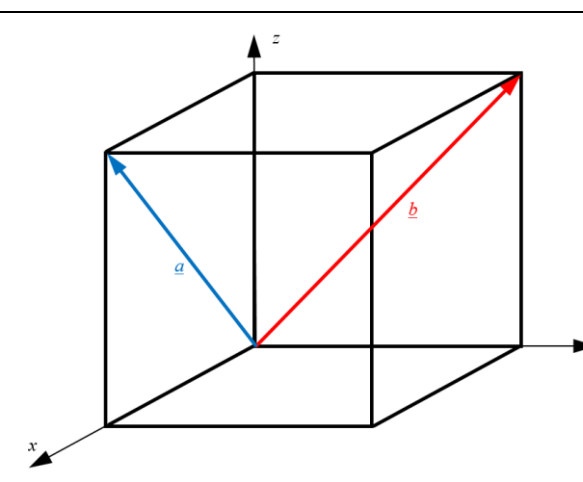
Határozza meg az PK egykristályban az A csúszósík Miller-indexét. Ábrázoljon ebben a csúszósíkban egy csúszási irányt és határozza meg ennek a csúszási rendszernek a Schmid-tényezőjét annak figyelembevételével, hogy az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.

Megoldás: $m = 0,33$



19/a

Határozza meg a TKK egykristályban az $\underline{a}$ irányvektor Miller-indexét! Az irányvektor egyben az egykristály egyik csúszósíkjának normálvektora. Ábrázolja ezt a csúszósíkot, és határozza meg a síkhoz tartozó egyik csúszási rendszert és annak Schmid-tényezőjét, ha az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos!



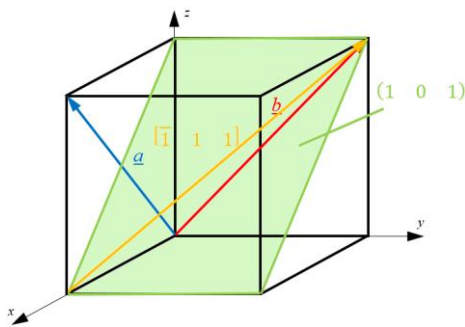
Megoldás:

Az $\underline{a}$ Miller indexe: $[1 \ 0 \ 1]$, ez egybeesik a csúszósík normálisával (az eddig terminológiánk szerint $\underline{n}$) TKK rendszerben (lásd

6/a feladat). Így az ábrázolandó csúszósík Miller-indexe $(1 \ 0 \ 1)$, ez merőleges az $\underline{a}$ -ra $((h \ k \ l) \perp [h \ k \ l])$.

A TKK rács ezen síkjában az egyik csúszási irány (atomokkal legsűrűbben rakott egyenes ebben a síkban) Miller-indexe: $[\bar{1} \ 1 \ 1]$. Ez tehát az egyik, tetszőlegesen megválasztott csúszási irány, eddigi terminológiánk szerint a $\underline{g}$ -nak felel meg. Választhatnánk más, ebbe a síkba eső, atomokkal legsűrűbben rakott irányt is. Ezekből összesen 4 darab van.

A $\underline{b}$ Miller indexe: $[0 \ 1 \ 1]$, ez egybeesik a terhelő erő irányával a feladat szerint, tehát eddigi terminológiánk szerint $\underline{F}$.



1-13. ábra: 19/a feladat megoldása

Ezek ismeretében meghatározható a választott csúszási rendszer Schmid-tényezője

$$\cos(\alpha) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{n}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{n}|} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}$$

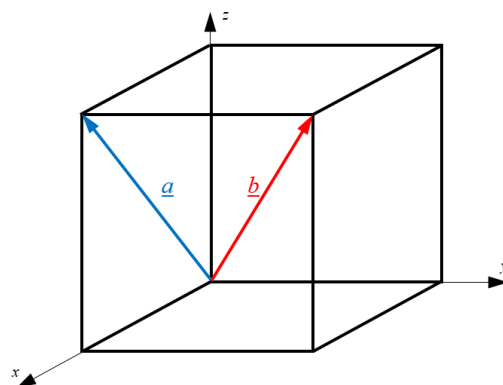
$$\cos(\beta) = \frac{\underline{F} \cdot \underline{g}}{|\underline{F}| \cdot |\underline{g}|} = \frac{0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}$$

$$m = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = 0,4038$$

19/b

Határozza meg a TKK. egykristályban az a irányvektor Miller-indexét! Az irányvektor egyben az egykristály egyik csúszósíkjának normális vektora. Ábrázolja ezt a csúszósíkot, és határozza meg a síkhoz tartozó egyik csúszási rendszert és annak Schmid-tényezőjét, ha az egykristályra ható terhelő erő a b vektorral párhuzamos!

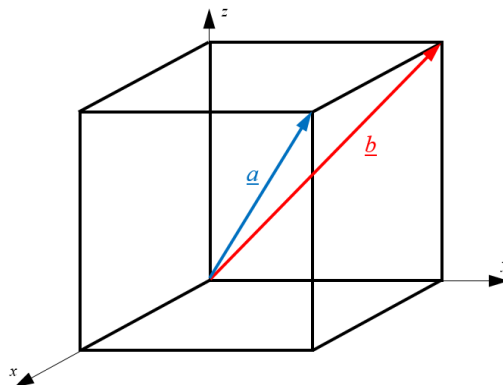
Megoldás: $m = 0,2722$



19/c

Határozza meg a FKK. egykristályban az a irányvektor Miller-indexét. Az irányvektor egyben az egykristály egyik csúszósíkjának normális vektora. Ábrázolja ezt a csúszósíkot, és határozza meg a síkhoz tartozó egyik csúszási rendszert és annak Schmid-tényezőjét, ha az egykristályra ható terhelő erő a b vektorral párhuzamos.

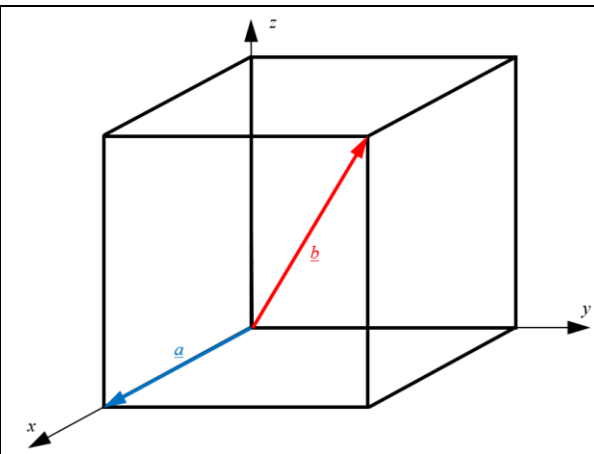
Megoldás: $m = 0,4082$



19/d

Határozza meg a PK. egykristályban az $\underline{a}$ irányvektor Miller-indexét. Az irányvektor egyben az egykristály egyik csúszósíkjának normális vektora. Ábrázolja ezt a csúszósíkot, és határozza meg a síkhoz tartozó egyik csúszási rendszert és annak Schmid-tényezőjét, ha az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.

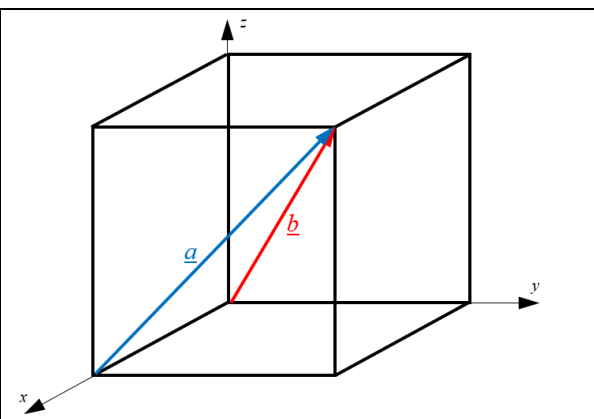
Megoldás: $m = 0,33$



19/e

Határozza meg a TKK. egykristályban az $\underline{a}$ irányvektor Miller-indexét. Az irányvektor egyben az egykristály egyik csúszósíkjának normális vektora. Ábrázolja ezt a csúszósíkot, és határozza meg a síkhoz tartozó egyik csúszási rendszert és annak Schmid-tényezőjét, ha az egykristályra ható terhelő erő a $\underline{b}$ vektorral párhuzamos.

Megoldás: $m = 0,2722$



2 Szakítóvizsgálat

1/a

Egy $d_0 = 10 \text{ mm}$ kezdeti átmérőjű próbatest szakítása során az alábbi adatokat mérték: $F_{p0,2} = 22000 \text{ N}$, $F_m = 29000 \text{ N}$, $F_u = 23000 \text{ N}$, $Z = 60\%$, $d_m = 9,2 \text{ mm}$. Határozza meg a valódi feszültség – valódi alakváltozás rendszerben a 3 erőhöz tartozó alakváltozás és feszültség értékét, valamint a fajlagos törési munka közelítő értékét. Rajzolja fel a 3 pontot egy közelítő diagramban, és jelölje be a fajlagos törési munka területét.

Megoldás:

Az első pont az egyezményes folyáshatár. A jelölésben szereplő 0,2 azt jelenti, hogy a jelölt erőértéket az $\varepsilon = 0,2\% = 0,002$ mérnöki alakváltozás esetén mérték. Ennek ismeretében meghatározható előbb a $\varphi_{p0,2}$ valódi alakváltozás, majd ebből a $d_{p0,2}$ átmérő és a $\sigma_{p0,2}$ valódi feszültség. Egyrészről

$$\varphi_{p0,2} = \ln(1 + \varepsilon) = \ln(1 + 0,002) = 0,001998$$

Másrészről

$$\varphi = \ln \frac{S_0}{S_1} \Rightarrow \text{kör keresztmetszet esetén} = \ln \frac{\frac{d_0^2}{4} \cdot \pi}{\frac{d_1^2}{4} \cdot \pi} = \ln \frac{d_0^2}{d_1^2} = \ln \left(\frac{d_0}{d_1} \right)^2 = 2 \cdot \ln \frac{d_0}{d_1}$$

Így

$$\varphi_{p0,2} = 2 \cdot \ln \frac{d_0}{d_{p0,2}} \Rightarrow d_{p0,2} = \frac{d_0}{e^{\frac{\varphi_{p0,2}}{2}}} = \frac{10 \text{ mm}}{e^{\frac{0,001998}{2}}} = 9,99 \text{ mm}$$

Az aktuális átmérő segítségével számítható a valódi feszültség

$$\sigma_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_{p0,2}} = \frac{F_{p0,2}}{\frac{d_{p0,2}^2 \pi}{4}} = \frac{22000 \text{ N}}{\frac{(9,99 \text{ mm})^2 \pi}{4}} = 280,67 \text{ MPa}$$

Az egyezményes folyáshatárt is meg lehet határozni

$$R_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_0} = \frac{F_{p0,2}}{\frac{d_0^2 \pi}{4}} = \frac{22000 \text{ N}}{\frac{(10 \text{ mm})^2 \pi}{4}} = 280,11 \text{ MPa}$$

A második pont a maximális erőhöz tartozó pont, Itt a következő összefüggések érvényesek

$$\varphi_m = 2 \cdot \ln \frac{d_0}{d_m} = 2 \cdot \ln \frac{10 \text{ mm}}{9,2 \text{ mm}} = 0,167$$

és

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_m} = \frac{F_m}{\frac{d_m^2 \pi}{4}} = \frac{29000 \text{ N}}{\frac{(9,2 \text{ mm})^2 \pi}{4}} = 436,25 \text{ MPa}$$

A harmadik pont a szakadás előtti utolsó pont. Ez esetben meg határozzuk a ponthoz tartozó keresztmetszetet. A kontrakcióból adódik, hogy

$$Z = \frac{S_0 - S_u}{S_0} \Rightarrow S_u = S_0(1 - Z) = \frac{d_0^2 \pi}{4}(1 - Z) = \frac{(10 \text{ mm})^2 \pi}{4}(1 - 0,6) = 31,4159 \text{ mm}^2$$

Ezzel írható a logaritmikus alakváltozás egyik formulája

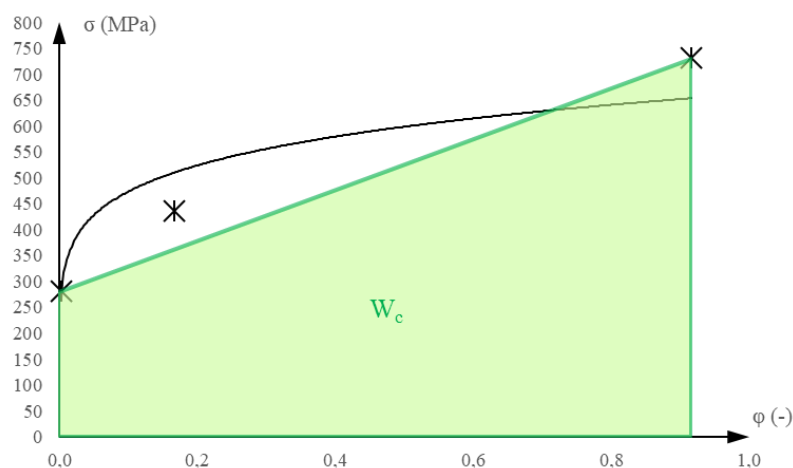
$$\varphi_u = \ln \frac{S_0}{S_u} = \ln \frac{\frac{d_0^2 \pi}{4}}{S_u} = \ln \frac{\frac{(10 \text{ mm})^2 \pi}{4}}{31,4159 \text{ mm}^2} = 0,9163$$

valamint a valódi feszültség szokásos alakja

$$\sigma_m = \frac{F_u}{S_u} = \frac{23000 \text{ N}}{31,4159 \text{ mm}^2} = 732,11 \text{ MPa}$$

Ezzel a három pontban meghatároztuk a valódi feszültség (σ) – valódi alakváltozás (φ) pontpárok értékeit. Ezek $\sigma - \varphi$ diagramban (lásd 2-1. ábra) ábrázolhatóak. A diagram alatti terület egyenlő a fajlagos törési munkával. A fajlagos törési munkát azonban közelítő képlettel is számolhatjuk (Gillemot, trapéz formula)

$$W_c = \frac{R_{p0,2} + \sigma_u}{2} \cdot \varphi_u = \frac{280,11 \text{ MPa} + 732,11 \text{ MPa}}{2} \cdot 0,9163 = 463,75 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$$



2-1. ábra: 1/a feladathoz tartozó szakítódigram

Megjegyzések:

-az erő értékeket minden esetben N -ban, a geometriai méreteket mm -ben (a keresztmetszeteket mm^2 -ben) helyettesítettük. Így a feszültségek mértékegysége $\frac{N}{mm^2}$, vagyis MPa lesz, az alakváltozások pedig dimenzió nélküliek. A fajlagos törési munka esetében a feszültségeket MPa -ban, az alakváltozást dimenzió nélkül helyettesítettük, így $\frac{J}{cm^3}$ -adódik (kis utánaszámolással).

-Számításkor a kontrakciót (és az alakváltozásokat sem) százalékos alakban használjuk, így a $Z = 60\%$ helyett $Z = 0,6$ -et kell helyettesíteni (ugyanígy az alakváltozásoknál is, ha ilyen fordul elő, pl: $\varepsilon = 40\%$ helyett $\varepsilon = 0,4$).

-a feladat önálló, ismételt megoldása előtt célszerű az alakváltozásra és egytengelyű feszültségi állapotra vonatkozó összefüggéseket kigyűjteni mind a mérnöki, mind pedig a valódi rendszer esetében. Ezek kombinatív, problémamentes kezelése esetén a szakítóvizsgálati példák könnyen megoldhatók válnak. (Ezek ismeretében erre a feladatra is található más megoldás, amely a helyes értékeket adja vissza.)

1/b

Egy $d_0 = 10\text{ mm}$ kezdeti átmérőjű próbatest szakítása során az alábbi adatokat mérték: $F_{p0,2} = 21000\text{ N}$, $F_m = 28000\text{ N}$, $F_u = 27000\text{ N}$, $Z = 50\%$, $d_m = 9,4\text{ mm}$. Határozza meg a valódi feszültség – valódi alakváltozás rendszerben a 3 erőhöz tartozó alakváltozás és feszültség értékét, valamint a fajlagos törési munka közelítő értékét.

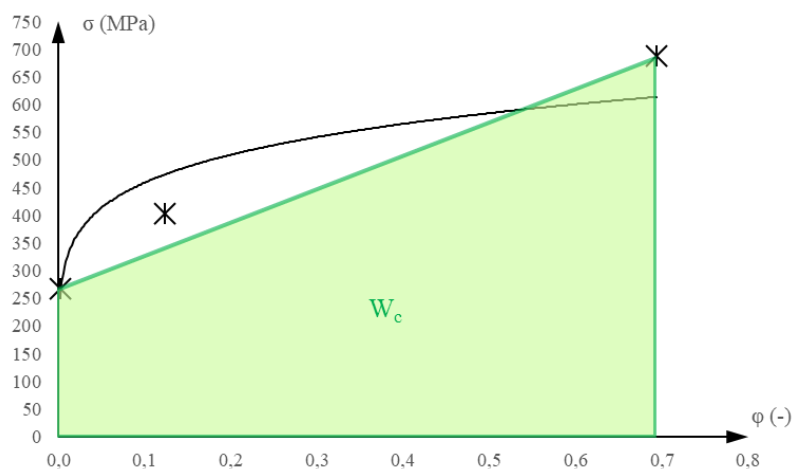
Megoldás:

A megoldás menete az 1/a feladattal azonos. Az eredmények

$$\begin{aligned}\sigma_{p0,2} &= 267,92\text{ MPa} \\ \varphi_{p0,2} &= 0,001998 \\ R_{p0,2} &= 267,38\text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_m &= 403,47\text{ MPa} \\ \varphi_m &= 0,1238 \\ W_c &= 330,95\frac{J}{cm^3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_u &= 687,55\text{ MPa} \\ \varphi_u &= 0,6931\end{aligned}$$



2-2. ábra: 1/b feladathoz tartozó szakítódiaagram

1/c

Egy $d_0 = 10 \text{ mm}$ kezdeti átmérőjű próbatest szakítása során az alábbi adatokat mérték: $F_{p0,2} = 23000 \text{ N}$, $F_m = 27000 \text{ N}$, $F_u = 20500 \text{ N}$, $Z = 65\%$, $d_m = 9,2 \text{ mm}$. Határozza meg a valódi feszültség – valódi alakváltozás rendszerben a 3 erőhöz tartozó alakváltozás és feszültség értékét, valamint a fajlagos törési munka közelítő értékét. Rajzolja fel a 3 pontot egy közelítő diagramban, és jelölje be a fajlagos törési munka területét.

Megoldás:

A megoldás menete az 1/a feladatével azonos. Az eredmények

$$\sigma_{p0,2} = 293,43 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{p0,2} = 0,001998$$

$$R_{p0,2} = 292,85 \text{ MPa}$$

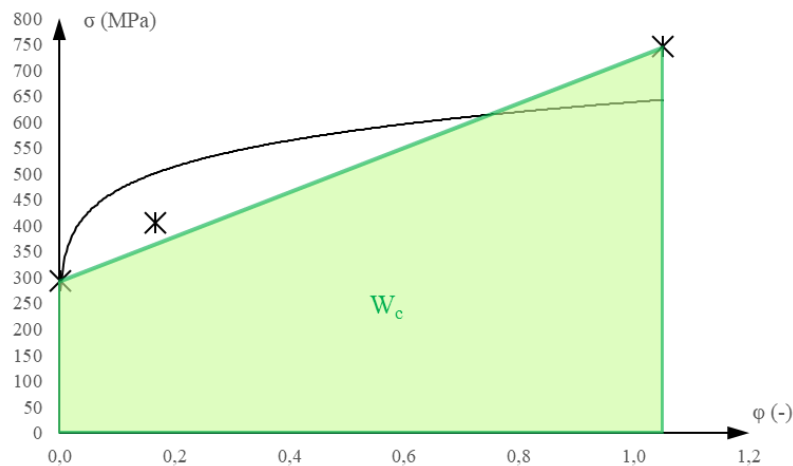
$$\sigma_m = 406,16 \text{ MPa}$$

$$\varphi_m = 0,1668$$

$$W_c = 545,17 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$$

$$\sigma_u = 745,75 \text{ MPa}$$

$$\varphi_u = 1,0498$$



2-3. ábra: 1/c feladathoz tartozó szakítódíagram

1/d

Egy $d_0 = 10 \text{ mm}$ kezdeti átmérőjű próbatest szakítása során az alábbi adatokat mérték: $F_{p0,2} = 25000 \text{ N}$, $F_m = 28500 \text{ N}$, $F_u = 23000 \text{ N}$, $Z = 65\%$, $d_m = 9,1 \text{ mm}$. Határozza meg a valódi feszültség – valódi alakváltozás rendszerben a 3 erőhöz tartozó alakváltozás és feszültség értékét, valamint a fajlagos törési munka közelítő értékét. Rajzolja fel a 3 pontot egy közelítő diagramban, és jelölje be a fajlagos törési munka területét.

Megoldás:

A megoldás menete az 1/a feladatével azonos. Az eredmények

$$\sigma_{p0,2} = 318,95 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{p0,2} = 0,001998$$

$$R_{p0,2} = 318,31 \text{ MPa}$$

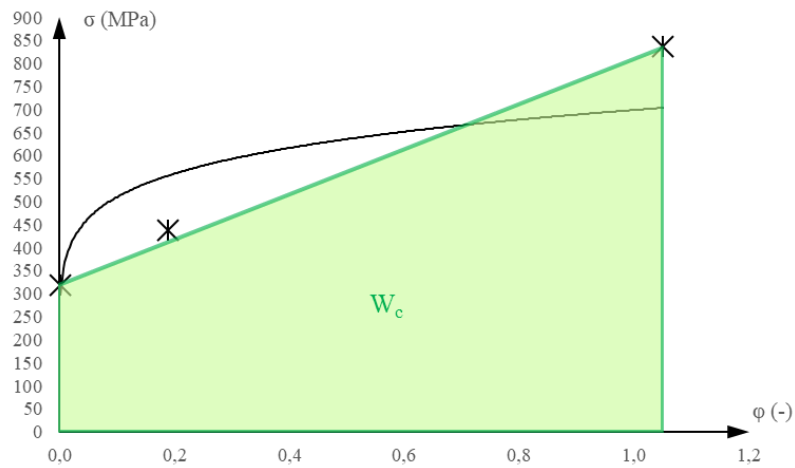
$$\sigma_m = 438,20 \text{ MPa}$$

$$\varphi_m = 0,1886$$

$$W_c = 606,28 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$$

$$\sigma_u = 836,70 \text{ MPa}$$

$$\varphi_u = 1,0498$$



2-4. ábra: 1/d feladathoz tartozó szakítódíagram

1/e

Egy $d_0 = 10\text{mm}$ kezdeti átmérőjű próbatest szakítása során az alábbi adatokat mérték: $F_{p0,2} = 25080\text{ N}$, $F_m = 28500\text{ N}$, $F_u = 23050\text{ N}$, $Z = 65\%$, $d_m = 9,05\text{mm}$. Határozza meg a valódi feszültség–valódi alakváltozás rendszerben a 3 erőhöz tartozó alakváltozás és feszültség értékét, valamint a fajlagos törési munka közelítő értékét. Rajzolja fel a 3 pontot egy közelítő diagramban, és jelölje be a fajlagos törési munka területét.

Megoldás:

A megoldás menete az 1/a feladatével azonos. Az eredmények

$$\sigma_{p0,2} = 319,97\text{ MPa}$$

$$\varphi_{p0,2} = 0,001998$$

$$R_{p0,2} = 319,33\text{ MPa}$$

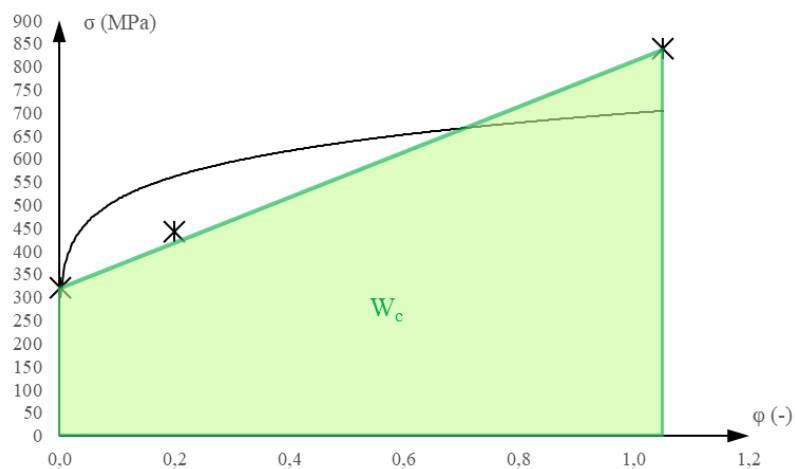
$$\sigma_m = 443,06\text{ MPa}$$

$$\varphi_m = 0,1996$$

$$W_c = 607,77 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$$

$$\sigma_u = 838,52\text{ MPa}$$

$$\varphi_u = 1,0498$$



2-5. ábra: 1/e feladathoz tartozó szakítódíagram

2/a

Egy szakító vizsgálatból ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 10 \cdot d_0$) az alábbi adatokat ismerjük: $F_{p0,2} = 6300 \text{ N}$, $Z = 75\%$, $F_m = 11500 \text{ N}$. A próbatestre a szakítóvizsgálat előtt felvittek 10 db , egymástól $l_0 = 10 \text{ mm}$ távolságra lévő jelölést. A távolságuk a szakítás során megváltozott, a távolságok a szakítás után a következőképpen alakultak: $11, 11, 11, 12, 13, 16, 13, 12, 11, 11 \text{ mm}$. Határozza meg az $R_{p0,2}$, σ_m , ε_m , φ_u és $A_{11,3}$ mérőszámokat.

Megoldás:

Az egyezményes folyáshatározásához tartozó feszültség a mérnöki rendszerben:

$$R_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_0} = \frac{F_{p0,2}}{\frac{d_0^2 \pi}{4}} = \frac{6300 \text{ N}}{\frac{(10 \text{ mm})^2 \pi}{4}} = 80,21 \text{ MPa}$$

A maximális erőhöz tartozó valódi feszültséget kell meghatároznunk a következő lépésben. Ehhez ismerni kell a maximális erőhöz tartozó keresztmetszetet (S_m). Ehhez felhasználjuk a térfogatállandóságot:

$$S_0 \cdot l_0 = S_m \cdot l_m$$

Az összefüggésben S_0 a kezdeti keresztmetszet, S_m a maximális erőhöz tartozó keresztmetszet, l_0 a próbatestre felvitt d_0 hosszúságú jelek hossza a kezdeti állapotban (10 mm), l_m -et a próbatestre felvitt jelölések megváltozott hosszából tudjuk megállapítani. Mivel a mért távolságok, szakadás után lettek lemérve, így a kontrakció miatt egyes jelölések között nagyobb a mért távolság. A próbatest a befűződés megjelenése, lokálisan alakváltozott tovább, a többi része már nem szenvedett alakváltozást. Így a kontrakciótól távoli jelölések olyan távolságban maradtak, mint mielőtt elkezdődött a kontrakció. Így ebben az esetben a keresett l_m hossz 11 mm .

$$S_m = S_0 \cdot \frac{l_0}{l_m} = \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{l_0}{l_m} = \frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{11 \text{ mm}} = 71,40 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_m} = \frac{11500 \text{ N}}{71,40 \text{ mm}^2} = 161,06 \text{ MPa}$$

Ugyanebben a pontban a mérnöki alakváltozás

$$\varepsilon_m = \frac{l_m - l_0}{l_0} \cdot 100 = \frac{11 \text{ mm} - 10 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \cdot 100 = 10\%$$

Az utolsó ponthoz tartozó valódi rendszerben vett alakváltozás meghatározásához ki kell számítanunk az utolsó pontban érvényes teherviselő keresztmetszetet. Ezt a kontrakció összefüggését felhasználva tesszük

$$Z = \frac{S_0 - S_u}{S_0} \Rightarrow S_u = S_0(1 - Z) = \frac{d_0^2 \pi}{4}(1 - Z) = \frac{(10 \text{ mm})^2 \pi}{4}(1 - 0,75) = 19,6350 \text{ mm}^2$$

és

$$\varphi_u = \ln \frac{S_0}{S_u} = \ln \frac{\frac{d_0^2 \pi}{4}}{S_u} = \ln \frac{\frac{(10 \text{ mm})^2 \pi}{4}}{19,6350 \text{ mm}^2} = 1,3863$$

A szakadási nyúlás százalékos értékének meghatározása definíció alapján:

$$\begin{aligned} A &= \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 (\%) & , \text{ ahol } L_0 = 5 \cdot d_0 \text{ (} L_0 = 5,65 \cdot \sqrt{S_0} \text{)} \\ A_{11,3} &= \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 (\%) & , \text{ ahol } L_0 = 5 \cdot d_0 \text{ (} L_0 = 11,3 \cdot \sqrt{S_0} \text{)} \\ A_{80} &= \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 (\%) & , \text{ ahol } L_0 = 80 \text{ mm} \end{aligned}$$

Így

$$\begin{aligned} A_{11,3} &= \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 (\%) \\ &= \frac{(11 + 11 + 11 + 12 + 13 + 16 + 13 + 12 + 11 + 11) \text{ mm} - 100 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \cdot 100 \\ &= 21\% \end{aligned}$$

A fenti összefüggésben L_u a próbatestre felvitt jelek szakadás utáni hosszának összege (jelen esetben 121 mm).

2/b

Egy szakító vizsgálatból ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 10 \cdot d_0$) az alábbi adatokat ismerjük: $F_{p0,2} = 6500 \text{ N}$, $Z = 85\%$, $F_m = 11000 \text{ N}$. A próbatestre a szakítóvizsgálat előtt felvittek 10 db, egymástól $l_0 = 10 \text{ mm}$ távolságra lévő jelölést. A távolságuk a szakítás során megváltozott, a távolságok a szakítás után a következőképpen alakultak: 11, 11, 11, 12, 13, 16, 13, 12, 11, 11 mm. Határozza meg az $R_{p0,2}$, σ_m , ε_m , φ_u és $A_{11,3}$ mérőszámokat.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 2/a példa megoldásával. Az eredmények:

$$\begin{aligned} R_{p0,2} &= 82,76 \text{ MPa} & \sigma_m &= 154,06 \text{ MPa} & \varepsilon_m &= 10\% & \varphi_u &= 1,8971 \\ A_{11,3} &= 21\% \end{aligned}$$

2/c

Egy szakító vizsgálatból ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 5 \cdot d_0$) az alábbi adatokat ismerjük: $F_{p0,2} = 6500 \text{ N}$, $Z = 72\%$, $F_m = 11900 \text{ N}$. A távolságuk a szakítás során megváltozott, a távolságok a szakítás után a következőképpen alakultak: 11, 12, 16, 12, 11 mm. Határozza meg az $R_{p0,2}$, σ_m , ε_m , φ_u és A mérőszámokat.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 2/a példa megoldásával. Az eredmények

$$R_{p0,2} = 82,76 \text{ MPa} \quad \sigma_m = 181,82 \text{ MPa} \quad \varepsilon_m = 10\% \quad \varphi_u = 1,2730$$

$$A = 24\%$$

2/d

Egy szakító vizsgálatból ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 80 \text{ mm}$) az alábbi adatokat ismerjük: $F_{p0,2} = 6800 \text{ N}$, $Z = 75\%$, $F_m = 12200 \text{ N}$. A távolságuk a szakítás során megváltozott, a távolságok a szakítás után a következőképpen alakultak: 11, 11, 11 12, 16, 12, 11, 11 mm. Határozza meg az $R_{p0,2}$, σ_m , ε_m , φ_u és A_{80} mérőszámokat.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 2/a példa megoldásával. Az eredmények

$$R_{p0,2} = 86,58 \text{ MPa} \quad \sigma_m = 170,87 \text{ MPa} \quad \varepsilon_m = 10\% \quad \varphi_u = 1,3863$$

$$A_{80} = 19\%$$

2/e

Egy szakító vizsgálatból ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 10 \cdot d_0$) az alábbi adatokat ismerjük: $F_{p0,2} = 6400 \text{ N}$, $Z = 70\%$, $F_m = 11700 \text{ N}$. A távolságuk a szakítás során megváltozott, a távolságok a szakítás után a következőképpen alakultak: 12, 12, 13, 14, 14, 16, 14, 13, 12, 12 mm. Határozza meg az $R_{p0,2}$, σ_m , ε_m , φ_u és $A_{11,3}$ mérőszámokat.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 2/a példa megoldásával. Az eredmények

$$R_{p0,2} = 81,49 \text{ MPa} \quad \sigma_m = 178,76 \text{ MPa} \quad \varepsilon_m = 20\% \quad \varphi_u = 1,2040$$

$$A_{11,3} = 32\%$$

3/a

Egy szakítóvizsgálat alábbi adatai alapján, négy pont adatainak kiszámítása után rajzolja meg közelítően a $\sigma = f(\varphi)$ diagramot ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 10 \cdot d_0$), $F_{p0,2} = 22500 \text{ N}$, $F_1 = 31600 \text{ N}$, $F_u = 31000 \text{ N}$, $R_m = 450 \text{ MPa}$, $L_1 = 104 \text{ mm}$, $\Psi_m = 0.16$, $Z = 50\%$, segítségül: $\Psi = \frac{S_0 - S}{S_0}$.

Megoldás:

Az 1/a feladatban tanultak alapján kiszámíthatjuk az egyezményes folyáshatár pontjára jellemző alakváltozás és feszültség mennyiségeket. Némileg eltérő, de lényegében azonos megoldás a következő:

$$\varphi_{p0,2} = \ln(1 + \varepsilon) = \ln(1 + 0,002) = 0,001998$$

Ennek segítségével az egyezményes folyáshatárhoz tartozó keresztmetszet (az 1/a feladatban meghatározott átmérő helyett, itt jelentkezik az eltérés, egyszerűsítés, ezért fontos az összefüggések teljeskörű ismerete)

$$\varphi_{p0,2} = \ln \frac{S_0}{S_{p0,2}} \Rightarrow S_{p0,2} = \frac{S_0}{e^{\varphi_{p0,2}}} = \frac{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}}{e^{\varphi_{p0,2}}} = \frac{\frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4}}{e^{0,001998}} = 78,3831 \text{ mm}^2$$

Így a feszültség meghatározható

$$\sigma_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_{p0,2}} = \frac{22500 \text{ N}}{78,3831 \text{ mm}^2} = 287,05 \text{ MPa}$$

A következő (1-es jelű) pontban az alakváltozás a valódi rendszerben definíció szerint

$$\varphi_1 = \ln \frac{L_1}{L_0} = \ln \frac{104 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 0,0392$$

Ebből meghatározható az 1-es pontra jellemző keresztmetszet az előzőekben alkalmazottak szerint

$$\varphi_1 = \ln \frac{S_0}{S_1} \Rightarrow S_1 = \frac{S_0}{e^{\varphi_1}} = \frac{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}}{e^{\varphi_1}} = \frac{\frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4}}{e^{0,0392}} = 75,519 \text{ mm}^2$$

Amivel a valódi feszültség az 1-es jelű pontban

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{31600 \text{ N}}{75,519 \text{ mm}^2} = 418,44 \text{ MPa}$$

A maximális erőhöz tartozó pontban a megadott segédösszefüggéssel (a keresztmetszetváltozás általános összefüggése, ennek kitüntetett pontban (az utolsó pontban) vett formája a kontrakció) meghatározható a keresztmetszet

$$\psi_m = \frac{S_0 - S_m}{S_0} \Rightarrow S_m = S_0 \cdot (1 - \psi_m) = \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} \cdot (1 - \psi_m) = \frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot (1 - 0,16) = 65,9734 \text{ mm}^2$$

Ezt felhasználva az alakváltozás

$$\varphi_m = \ln \frac{S_0}{S_m} = \ln \frac{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}}{S_m} = \frac{\frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4}}{65,9734 \text{ mm}^2} = 0,1744$$

A feszültség meghatározásához meg kell határoznunk a maximális erőt is, ezt a szakítószilárdság alapján tesszük

$$R_m = \frac{F_m}{S_0} \Rightarrow F_m = R_m \cdot S_0 = R_m \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = 450 \text{ MPa} \cdot \frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} = 35342,92 \text{ N}$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{S_0} = \frac{35342,92 \text{ N}}{65,9734 \text{ mm}^2} = 535,71 \text{ MPa}$$

Végezetül az utolsó pontban a kontrakciót felhasználva meghatározható a szakadás előtti utolsó ponthoz tartozó keresztmetszet

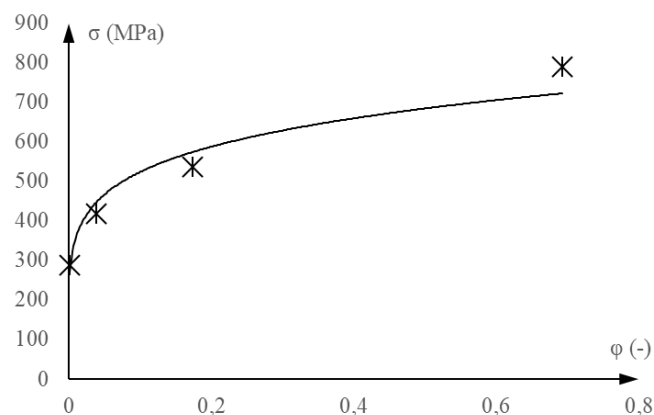
$$Z = \frac{S_0 - S_u}{S_0} \Rightarrow S_u = S_0 \cdot (1 - Z) = \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} \cdot (1 - Z) = \frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot (1 - 0,5) = 35342,92 \text{ mm}^2$$

Amivel az alakváltozás és a feszültség valódi rendszerben

$$\varphi_u = \ln \frac{S_0}{S_u} = \ln \frac{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}}{S_u} = \ln \frac{\frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4}}{35342,92 \text{ mm}^2} = 0,6931$$

$$\sigma_m = \frac{F_u}{S_u} = \frac{31000 \text{ N}}{35342,92 \text{ mm}^2} = 789,41 \text{ MPa}$$

A négy $\sigma - \varphi$ pontpárt felhasználva a kért diagram jellegre helyesen felrajzolható.



2-6. ábra: 3/a feladat szakítódigramja

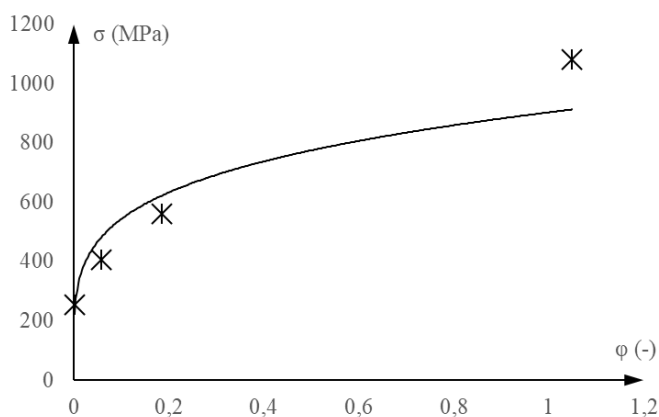
3/b

Egy szakítóvizsgálat alábbi adatai alapján, négy pont adatainak kiszámítása után rajzolja meg közelítően a $\sigma = f(\varphi)$ diagramot ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 10 \cdot d_0$), $F_{p0,2} = 20000 \text{ N}$, $F_1 = 30000 \text{ N}$, $F_u = 29750 \text{ N}$, $R_m = 465 \text{ MPa}$, $L_1 = 106 \text{ mm}$, $\Psi_m = 0.17$, $Z = 65\%$, segítségül: $\Psi = \frac{s_0 - s}{s_0}$.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 3/a példa megoldásával. Az eredmények:

$$\begin{array}{llll} \varphi_{p0,2} = 0,001998 & \varphi_1 = 0,0583 & \varphi_m = 0,1863 & \varphi_u = 1,0498 \\ \sigma_{p0,2} = 255,16 \text{ MPa} & \sigma_1 = 404,89 \text{ MPa} & \sigma_m = 560,24 \text{ MPa} & \sigma_u = 1082,25 \text{ MPa} \end{array}$$



2-7. ábra: 3/b feladat szakítódiagramja

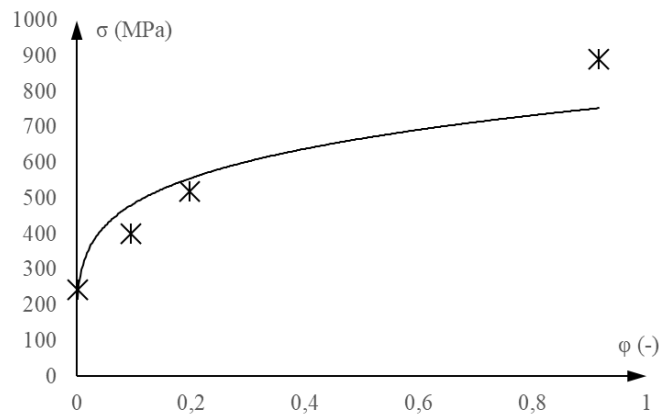
3/c

Egy szakítóvizsgálat alábbi adatai alapján, négy pont adatainak kiszámítása után rajzolja meg közelítően a $\sigma = f(\varphi)$ diagramot ($d_0 = 10 \text{ mm}$, $L_0 = 10 \cdot d_0$), $F_{p0,2} = 19000 \text{ N}$, $F_1 = 28500 \text{ N}$, $F_u = 28000 \text{ N}$, $R_m = 425 \text{ MPa}$, $L_1 = 110 \text{ mm}$, $\Psi_m = 0.18$, $Z = 60\%$, segítségül: $\Psi = \frac{s_0 - s}{s_0}$.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 3/a példa megoldásával. Az eredmények:

$$\begin{array}{llll} \varphi_{p0,2} = 0,001998 & \varphi_1 = 0,0953 & \varphi_m = 0,1985 & \varphi_u = 0,9163 \\ \sigma_{p0,2} = 242,40 \text{ MPa} & \sigma_1 = 399,16 \text{ MPa} & \sigma_m = 518,29 \text{ MPa} & \sigma_u = 891,27 \text{ MPa} \end{array}$$



2-8. ábra: 3/c feladat szakítódigramja

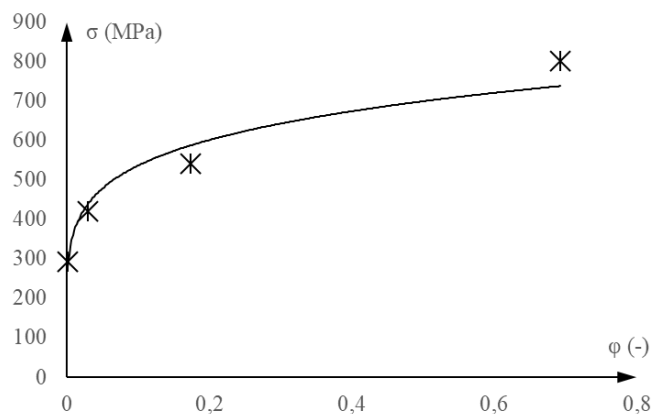
3/d

Egy szakítóvizsgálat alábbi adatai alapján, négy pont adatainak kiszámítása után rajzolja meg közelítően a $\sigma = f(\varphi)$ diagramot ($d_0 = 10 \text{ mm}, L_0 = 10 \cdot d_0$), $F_{p0,2} = 23000 \text{ N}, F_1 = 32000 \text{ N}, F_u = 31500 \text{ N}, R_m = 455 \text{ MPa}, L_1 = 103 \text{ mm}, \Psi_m = 0.16, Z = 50\%$, segítségül: $\Psi = \frac{S_0 - S}{S_0}$.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 3/a példa megoldásával. Az eredmények:

$$\begin{array}{llll} \varphi_{p0,2} = 0,001998 & \varphi_1 = 0,0296 & \varphi_m = 0,1744 & \varphi_u = 0,6931 \\ \sigma_{p0,2} = 293,43 \text{ MPa} & \sigma_1 = 419,66 \text{ MPa} & \sigma_m = 541,67 \text{ MPa} & \sigma_u = 802,14 \text{ MPa} \end{array}$$



2-9. ábra: 3/d feladat szakítódigramja

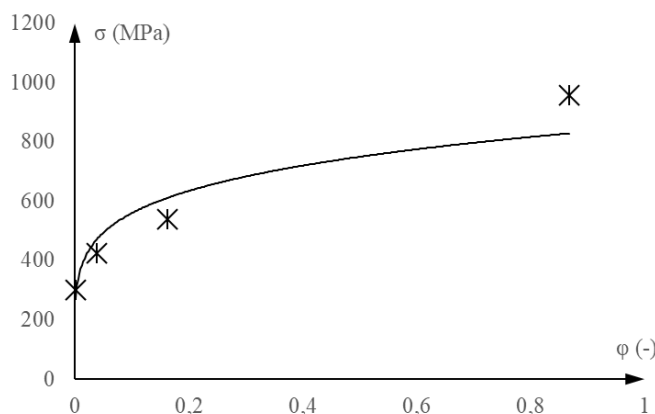
3/e

Egy szakítóvizsgálat alábbi adatai alapján, négy pont adatainak kiszámítása után rajzolja meg közelítően a $\sigma = f(\varphi)$ diagramot ($d_0 = 10 \text{ mm}, L_0 = 10 \cdot d_0$), $F_{p0,2} = 23500 \text{ N}, F_1 = 32120 \text{ N}, F_u = 31560 \text{ N}, R_m = 457 \text{ MPa}, L_1 = 104 \text{ mm}, \Psi_m = 0.15, Z = 58\%$, segítségül: $\Psi = \frac{S_0 - S}{S_0}$.

Megoldás:

A megoldás menete teljes egészében megegyezik a 3/a példa megoldásával. Az eredmények:

$$\begin{array}{llll} \varphi_{p0,2} = 0,001998 & \varphi_1 = 0,0392 & \varphi_m = 0,1625 & \varphi_u = 0,8675 \\ \sigma_{p0,2} = 299,81 \text{ MPa} & \sigma_1 = 425,32 \text{ MPa} & \sigma_m = 5637,65 \text{ MPa} & \sigma_u = 956,75 \text{ MPa} \end{array}$$



2-10. ábra: 3/e feladat szakítódiagramja

4/a

Egy rézből készült rúd kezdeti átmérője 10 mm. Mekkora húzóerőt kell alkalmaznunk, ha azt akarjuk, hogy a rúd átmérője $2,5 \mu\text{m}$ -rel változzon meg, és a húzás során csak rugalmas alakváltozást szenvedjen? A réz rugalmassági modulusza $E = 97 \text{ GPa}$, a Poisson tényezője $\nu = 0,34$.

Megoldás:

Hogy meg tudjuk határozni, mekkora erőre van szükség, ki kell számolni azt a rugalmas alakváltozást, amit az átmérőcsökkenés okoz.

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 2,5 \cdot 10^{-4}$$

Így a Poisson-tényező segítségével, meg tudjuk határozni, ez mekkora hosszváltozást hoz létre

$$\nu = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l} \Rightarrow \varepsilon_l = \frac{\varepsilon_d}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 10^{-4}}{0,34} = 7,3529 \cdot 10^{-4}$$

Mivel már tudjuk, hogy mekkora a darab alakváltozása hosszirányban, felírhatjuk a Hooke-törvényt, aminek a segítségével kiszámolhatjuk, mekkora feszültség kell, ahhoz, hogy ekkora alakváltozást hozzon létre.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_l = 97000 \text{ MPa} \cdot 7,3529 \cdot 10^{-4} = 71,32 \text{ MPa}$$

A számolt feszültségből pedig

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \Rightarrow F = \sigma \cdot A_0 = \sigma \cdot \frac{d_0^2 \cdot \pi}{4} = 71,32 \text{ MPa} \cdot \frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} = 5601,74 \text{ N}$$

4/b

Egy acélból készült rúd kezdeti átmérője 10 mm. Mekkora húzóerőt kell alkalmaznunk, ha azt akarjuk, hogy a rúd átmérője $2,5 \mu\text{m}$ -rel változzon meg, és a húzás során csak rugalmas alakváltozást szenvedjen? Az acél rugalmassági modulusza $E = 210 \text{ GPa}$, a Poisson tényezője $\nu = 0,3$.

Megoldás: $F = 13744,47 \text{ N}$

4/c

Egy rézrúd $F = 5600 \text{ N}$ húzóerővel terhelnek, melynek hatására a rúd átmérője $2,5 \mu\text{m}$ -rel változik meg. Az anyag rugalmassági modulusza $E = 97 \text{ GPa}$, Poisson-tényezője $\nu = 0,34$. Határozza meg az anyag kezdeti keresztmetszetét, ha a húzás során a rúd csak rugalmas alakváltozást szenved.

Megoldás: A feladatot a 4/a feladat szerint kell megoldani, annyi a különbség, hogy a d_0 benne marad paraméterként, de az utolsó egyenletből ki lehet számolni a pontos értékét. Így érdemes ezt a feladatot paraméterekkel megoldani, és csak a végén behelyettesíteni.

$$\frac{F}{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}} = E \cdot \frac{\frac{\Delta d}{d_0}}{\nu} \Rightarrow d_0 \approx 10 \text{ mm}$$

4/c

Egy acélrúd $F = 13750 \text{ N}$ húzóerővel terhelnek, melynek hatására a rúd átmérője $2,5 \mu\text{m}$ -rel változik meg. Az anyag rugalmassági modulusza $E = 210 \text{ GPa}$, Poisson-tényezője $\nu = 0,30$. Határozza meg az anyag kezdeti keresztmetszetét, ha a húzás során a rúd csak rugalmas alakváltozást szenved.

Megoldás: A feladatot a 4/a feladat szerint kell megoldani, annyi a különbség, hogy a d_0 benne marad paraméterként, de az utolsó egyenletből ki lehet számolni a pontos értékét. Így érdemes ezt a feladatot paraméterekkel megoldani, és csak a végén behelyettesíteni.

$$\frac{F}{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}} = E \cdot \frac{\frac{\Delta d}{d_0}}{\nu} \Rightarrow d_0 \approx 10 \text{ mm}$$

5/a

Szakítóvizsgálat alapján határozza meg a $d_0 = 10 \text{ mm}$ átmérőjű próbatest $R_{p0,2}$ egyezményes folyáshatárát annak figyelembevételével, hogy az $F_{p0,2} = 26200 \text{ N}$. A próbatest anyagának rugalmassági modulusza $E = 210 \text{ GPa}$. Számítsa ki a megadott erőhöz a teljes, a rugalmas és a képlékeny alakváltozást. Határozza meg, hogy a próbatestre felerősített $l_0 = 10 \text{ mm}$ mérőhosszúságú nyúlásmérő mekkora l távolságot mér az $F_{p0,2}$ erő fellépésekor.

Megoldás:

A feladat megoldásához először az egyezményes folyáshatárt számoljuk ki

$$R_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_0} = \frac{F_{p0,2}}{\frac{d_0^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{26200 \text{ N}}{\frac{(10 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4}} = 333,59 \text{ MPa}$$

A Hooke-törvényből kiszámolhatjuk a rugalmas alakváltozást

törvényből kiszámolhatjuk a rugalmas alakváltozást

$$R_{p0,2} = E \cdot \varepsilon_{\text{rugalmas}} \Rightarrow \varepsilon_{\text{rugalmas}} = \frac{R_{p0,2}}{E} = \frac{333,59 \text{ MPa}}{210000 \text{ MPa}} = 1,59 \cdot 10^{-3}$$

Így a teljes alakváltozás

$$\varepsilon_{\text{teljes}} = \varepsilon_{\text{rugalmas}} + \varepsilon_{p0,2} = \varepsilon_{\text{rugalmas}} + \varepsilon_{\text{képlékeny}} = 1,59 \cdot 10^{-3} + 0,002 = 3,59 \cdot 10^{-3}$$

Így a teljes hosszváltozás $F_{p0,2}$ erő fellépésekor

$$\Delta l = l_0 \cdot \varepsilon_{\text{teljes}} = 10 \text{ mm} \cdot 3,59 \cdot 10^{-3} = 0,0359 \text{ mm}$$

A próbatestre felerősített nyúlásmérő által mért érték

$$l_{p0,2} = l_0 + \Delta l = 10 \text{ mm} + 0,0359 \text{ mm} = 10,0359 \text{ mm}$$

5/b

Szakítóvizsgálat alapján határozza meg a $d_0 = 10 \text{ mm}$ átmérőjű próbatest $R_{p0,2}$ egyezményes folyáshatárát annak figyelembevételével, hogy az $F_{p0,2} = 25000 \text{ N}$. A próbatest anyagának rugalmassági modulusza $E = 210 \text{ GPa}$. Számítsa ki a megadott erőhöz a teljes, a rugalmas és a képlékeny alakváltozást. Határozza meg, hogy a próbatestre felerősített $l_0 = 10 \text{ mm}$ mérőhosszúságú nyúlásmérő mekkora l távolságot mér az $F_{p0,2}$ erő fellépésekor.

Megoldás: $R_{p0,2} = 318,31 \text{ MPa}$; $l_{p0,2} = 10,0352 \text{ mm}$

5/c

Szakítóvizsgálat alapján határozza meg a $d_0 = 10 \text{ mm}$ átmérőjű próbatest $R_{p0,2}$ egyezményes folyáshatárát annak figyelembevételével, hogy az $F_{p0,2} = 18000 \text{ N}$. A próbatest anyagának rugalmassági modulusza $E = 97 \text{ GPa}$. Számítsa ki a megadott erőhöz a teljes, a rugalmas és a képlékeny alakváltozást. Határozza meg, hogy a próbatestre felerősített $l_0 = 10 \text{ mm}$ mérőhosszúságú nyúlásmérő mekkora l távolságot mér az $F_{p0,2}$ erő fellépétkor.

Megoldás: $R_{p0,2} = 229,18 \text{ MPa}$; $l_{p0,2} = 10,0436 \text{ mm}$

5/d

Szakítóvizsgálat alapján határozza meg a $d_0 = 10 \text{ mm}$ átmérőjű próbatest $R_{p0,2}$ egyezményes folyáshatárát annak figyelembevételével, hogy az $F_{p0,2} = 17500 \text{ N}$. A próbatest anyagának rugalmassági modulusza $E = 210 \text{ GPa}$. Számítsa ki a megadott erőhöz a teljes, a rugalmas és a képlékeny alakváltozást. Határozza meg, hogy a próbatestre felerősített $l_0 = 10 \text{ mm}$ mérőhosszúságú nyúlásmérő mekkora l távolságot mér az $F_{p0,2}$ erő fellépétkor.

Megoldás: $R_{p0,2} = 203,72 \text{ MPa}$; $l_{p0,2} = 10,0410 \text{ mm}$

5/e

Szakítóvizsgálat alapján határozza meg a $d_0 = 10 \text{ mm}$ átmérőjű próbatest $R_{p0,2}$ egyezményes folyáshatárát annak figyelembevételével, hogy az $F_{p0,2} = 13500 \text{ N}$. A próbatest anyagának rugalmassági modulusza $E = 69 \text{ GPa}$. Számítsa ki a megadott erőhöz a teljes, a rugalmas és a képlékeny alakváltozást. Határozza meg, hogy a próbatestre felerősített $l_0 = 10 \text{ mm}$ mérőhosszúságú nyúlásmérő mekkora l távolságot mér az $F_{p0,2}$ erő fellépétkor.

Megoldás: $R_{p0,2} = 171,89 \text{ MPa}$; $l_{p0,2} = 10,0449 \text{ mm}$

3 Diffúzió

1/a

Számolja ki hány kilogramm hidrogén képes átdiffundálni óránként egy $\Delta x = 6 \text{ mm}$ vastag acéllemezen! A lemez felülete $A = 0,25 \text{ m}^2$, a diffúziós tényező értéke $D = 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. A hidrogén koncentrációja a lemez egyik oldalán $C_1 = 2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a másik oldalon $C_2 = 0,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Megoldás:

A feladatot a Fick-I. egyenlettel kell megoldani, ami a következő formában írható fel:

$$\frac{dm}{dt} = D \cdot A \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

Ahhoz, hogy ki tudjuk számolni hány kilogramm hidrogén diffundál át a lemezen óránként, először ki kell számolni mekkora a koncentráció különbség a lemez két oldala között.

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Így

$$\frac{dm}{dt} = D \cdot A \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} = 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot 0,25 \text{ m}^2 \cdot \frac{1,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{6 \text{ mm}} = 1,13 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 4,068 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

1/b

Számolja ki hány kilogramm hidrogén képes átdiffundálni óránként egy $\Delta x = 5 \text{ mm}$ vastag acéllemezen! A lemez felülete $A = 0,5 \text{ m}^2$, a diffúziós tényező értéke $D = 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. A hidrogén koncentrációja a lemez egyik oldalán $C_1 = 2,1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a másik oldalon $C_2 = 0,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Megoldás: $\frac{dm}{dt} = 9,18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

1/c

Számolja ki hány kilogramm hidrogén képes átdiffundálni óránként egy $\Delta x = 5,5 \text{ mm}$ vastag acéllemezen! A lemez felülete $A = 0,35 \text{ m}^2$, a diffúziós tényező értéke $D = 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. A hidrogén koncentrációja a lemez egyik oldalán $C_1 = 1,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a másik oldalon $C_2 = 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Megoldás: $\frac{dm}{dt} = 5,45 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

1/d

Számolja ki hány kilogramm hidrogén képes átdiffundálni óránként egy $\Delta x = 5 \text{ mm}$ vastag acéllemezen! A lemez felülete $A = 0,3 \text{ m}^2$, a diffúziós tényező értéke $D = 1,6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. A hidrogén koncentrációja a lemez egyik oldalán $C_1 = 2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a másik oldalon $C_2 = 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Megoldás: $\frac{dm}{dt} = 5,18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

1/e

Számolja ki hány kilogramm hidrogén képes átdiffundálni óránként egy $\Delta x = 4,5 \text{ mm}$ vastag acéllemezen! A lemez felülete $A = 0,33 \text{ m}^2$, a diffúziós tényező értéke $D = 1,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. A hidrogén koncentrációja a lemez egyik oldalán $C_1 = 2,1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a másik oldalon $C_2 = 0,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Megoldás: $\frac{dm}{dt} = 6,73 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

2/a

2 mm vastag acéllemez van kitéve az egyik oldalán karbonizáló, másik oldalán egy dekarbonizáló atmoszférának. A két közeg széntartalma $C_1 = 0,015 \text{ tömeg}\%$ és $C_2 = 0,0068 \text{ tömeg}\%$. Számolja ki a diffúziós tényezőt, ha a diffúziós fluxus $J = 7,36 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$!

Megoldás:

Először a koncentrációkat kell átváltani $\text{tömeg}\%$ -ból

$$C_1 = 0,015 \text{ tömeg}\% = C_1 \cdot \rho = 0,00015 \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,17 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$C_2 = 0,0068 \text{ tömeg}\% = C_1 \cdot \rho = 0,000068 \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,53 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Így

$$\Delta C = C_1 - C_2 = 1,17 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0,53 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,64 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Így már mindent ismerünk a diffúziós tényező kiszámításához, amit szintén a Fick-I. egyenletből számolhatunk ki

$$J = D \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} \Rightarrow D = J \cdot \frac{\Delta x}{\Delta C} = 7,36 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \cdot \frac{0,002 \text{ m}}{0,64 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2,30 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

2/b

3 mm vastag acéllemez van kitéve az egyik oldalán karbonizáló, másik oldalán egy dekarbonizáló atmoszférának. A két közeg széntartalma $C_1 = 0,02 \text{ tömeg}\%$ és $C_2 = 0,008 \text{ tömeg}\%$. Számolja ki a diffúziós tényezőt, ha a diffúziós fluxus $J = 7,36 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$!

Megoldás: $D = 2,36 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

2/c

2,5 mm vastag acéllemez van kitéve az egyik oldalán karbonizáló, másik oldalán egy dekarbonizáló atmoszférának. A két közeg széntartalma $C_1 = 0,018 \text{ tömeg}\%$ és $C_2 = 0,0075 \text{ tömeg}\%$. Számolja ki a diffúziós tényezőt, ha a diffúziós fluxus $J = 7,3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$!

Megoldás: $D = 2,23 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

2/d

1,5 mm vastag acéllemez van kitéve az egyik oldalán karbonizáló, másik oldalán egy dekarbonizáló atmoszférának. A két közeg széntartalma $C_1 = 0,022 \text{ tömeg}\%$ és $C_2 = 0,0055 \text{ tömeg}\%$. Számolja ki a diffúziós tényezőt, ha a diffúziós fluxus $J = 7,36 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$!

Megoldás: $D = 8,58 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

2/e

1 mm vastag acéllemez van kitéve az egyik oldalán karbonizáló, másik oldalán egy dekarbonizáló atmoszférának. A két közeg széntartalma $C_1 = 0,025 \text{ tömeg}\%$ és $C_2 = 0,006 \text{ tömeg}\%$. Számolja ki a diffúziós tényezőt, ha a diffúziós fluxus $J = 7,4 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$!

Megoldás: $D = 4,99 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

3/a

Arany rézbe történő diffúzióját vizsgáljuk. Az **500 °C** hőmérsékleten végzett diffúziós kísérletsorán azt tapasztaljuk, hogy **10 perc** elteltével az Au **1 mm** mélységben **10%-os** koncentrációt ér el. Mennyi ideig kell a diffúziós kísérletet végezni (**500 °C** hőmérsékleten), hogy az Au koncentrációja **4 mm** mélységben elérje a **10%-ot**?

Megoldás:

A feladatot a Fick-II. egyenlet segítségével tudjuk megoldani, amit a következő képlettel írhatunk fel

$$C(x_i, t_i) = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_i}{2 \cdot \sqrt{D_i \cdot t_i}} \right) \right]$$

Mivel a hőmérséklet a két vizsgálat során egyforma, ezért $D = D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T}\right)} = \text{állandó}$, így

$$C(x_1, t_1) = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_1}} \right) \right]$$

$$C(x_2, t_2) = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_2}} \right) \right]$$

Valamint azt vizsgáljuk, hogy ugyanaz az anyag (C_0 is ugyanakkora mindkét esetben) mennyi idő után éri el ugyanazt a koncentrációt különböző mélységben a két egyenletet egyenlővé tehetjük

$$\frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_1}} \right) \right] = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_2}} \right) \right]$$

$$\Phi \left(\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_1}} \right) = \Phi \left(\frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_2}} \right) \Rightarrow \frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_1}} = \frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t_2}} \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{t_1}} = \frac{x_2}{\sqrt{t_2}}$$

Így

$$t_2 = \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 \cdot t_1 = \left(\frac{1 \text{ mm}}{4 \text{ mm}} \right)^2 \cdot 10 \text{ perc} = 160 \text{ perc}$$

3/b

Arany rézbe történő diffúzióját vizsgáljuk. Az 500°C hőmérsékleten végzett diffúziós kísérletsorán azt tapasztaljuk, hogy **10 perc** elteltével az Au **1 mm** mélységben **10%-os** koncentrációt ér el. Mennyi ideig kell a diffúziós kísérletet végezni (500°C hőmérsékleten), hogy az Au koncentrációja **5 mm** mélységben elérje a **10%-ot**?

Megoldás: $t_2 = 250 \text{ perc}$

3/c

Arany rézbe történő diffúzióját vizsgáljuk. Az 500°C hőmérsékleten végzett diffúziós kísérletsorán azt tapasztaljuk, hogy **10 perc** elteltével az Au **1 mm** mélységben **10%-os** koncentrációt ér el. Mennyi ideig kell a diffúziós kísérletet végezni (500°C hőmérsékleten), hogy az Au koncentrációja **10 mm** mélységben elérje a **10%-ot**?

Megoldás: $t_2 = 1000 \text{ perc}$

4/a

Cink rézbe történő diffúzióját vizsgáljuk. **500 °C**-os hőmérsékleten végzett diffúziós mérés során azt tapasztaljuk, hogy **10 perc** elteltével a Zn koncentrációja **3 mm** mélyen **10 %-os**. Egy másik vizsgálatban azt szeretnénk meghatározni, hogy **10 perc** alatt milyen hőmérséklet kell ahhoz, hogy **1 mm** mélyen alakuljon ki ez a **10 %-os** Zn koncentráció.

Megoldás:

Ezt a feladatot is a Fick-II. egyenlet segítségével tudjuk megoldani, amit a következő képlettel írhatunk fel

$$C(x_i, t_i) = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_i}{2 \cdot \sqrt{D_i \cdot t_i}} \right) \right]$$

Ebben a feladatban az idő állandó, tehát a két esetre a következő egyenleteket írhatjuk fel

$$C(x_1, t_1) = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D_1 \cdot t}} \right) \right]$$

$$C(x_2, t_2) = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D_2 \cdot t}} \right) \right]$$

A két egyenletet tegyük egyenlővé, mert mind a 2 esetben ugyanakkora lesz a koncentráció

$$\frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D_1 \cdot t}} \right) \right] = \frac{C_0}{2} \cdot \left[1 - \Phi \left(\frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D_2 \cdot t}} \right) \right]$$

Mivel C_0 megegyezik a két esetben

$$\Phi \left(\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D_1 \cdot t}} \right) = \Phi \left(\frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D_2 \cdot t}} \right) \Rightarrow \frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D_1 \cdot t}} = \frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D_2 \cdot t}}$$

Továbbá tudjuk, hogy

$$D_i = D_0 \cdot e^{\left(\frac{Q}{-R \cdot T_i} \right)}$$

Így

$$\frac{x_1}{2 \cdot \sqrt{D_0 \cdot e^{\left(\frac{Q}{-R \cdot T_1} \right)} \cdot t}} = \frac{x_2}{2 \cdot \sqrt{D_0 \cdot e^{\left(\frac{Q}{-R \cdot T_2} \right)} \cdot t}}$$

Ezt az egyenletet kell rendezni T_2 -re

$$\frac{x_1}{\sqrt{D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T_1}\right)}}} = \frac{x_2}{\sqrt{D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T_2}\right)}}} \Rightarrow \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 = e^{\left(\frac{Q}{R \cdot T_2} - \frac{Q}{R \cdot T_1}\right)} \Rightarrow 2 \cdot \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{Q}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{T_2} = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \cdot \frac{2 \cdot R}{Q} + \frac{1}{T_1}$$

$$T_2 = \frac{1}{\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \cdot \frac{2 \cdot R}{Q} + \frac{1}{T_1}} = \frac{1}{\ln\left(\frac{3 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}\right) \cdot \frac{2 \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{105000 \frac{\text{J}}{\text{mol}}} + \frac{1}{773 \text{ K}}} = 681,37 \text{ K}$$

$$= 408,37 \text{ }^\circ\text{C}$$

4/b

Cink rézbe történő diffúzióját vizsgáljuk. **500 °C**-os hőmérsékleten végzett diffúziós mérés során azt tapasztaljuk, hogy **10 perc** elteltével a Zn koncentrációja **3 mm** mélyen **10 %-os**. Egy másik vizsgálatban azt szeretnénk meghatározni, hogy **10 perc** alatt milyen hőmérséklet kell ahhoz, hogy **4 mm** mélyen alakuljon ki ez a **10 %-os** Zn koncentráció.

Megoldás: $T_2 = 528,22 \text{ }^\circ\text{C}$

4/c

Cink rézbe történő diffúzióját vizsgáljuk. **500 °C**-os hőmérsékleten végzett diffúziós mérés során azt tapasztaljuk, hogy **10 perc** elteltével a Zn koncentrációja **1 mm** mélyen **10 %-os**. Egy másik vizsgálatban azt szeretnénk meghatározni, hogy **10 perc** alatt milyen hőmérséklet kell ahhoz, hogy **0,1 mm** mélyen alakuljon ki ez a **10 %-os** Zn koncentráció.

Megoldás: $T_2 = 330,03 \text{ }^\circ\text{C}$

5/a

Tervezzon meg egy cementálási folyamatot! Az alapanyag egy acél fogaskerék, aminek a széntartalma **0,25 tömeg%**. A cementáló közeg széntartalma **1,2 tömeg%**. A felületkezelés célja, hogy **0,5 mm**-es mélységben az acélban **0,8 tömeg%**-os széntartalmat érjünk el. Mennyi ideig kell az acélt hőkezelti **950 °C**-on, ha tudjuk, hogy ezen a hőmérsékleten a diffúziós tényező **$1,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$** .

Megoldás:

Írjuk fel a Fick-II. egyenletet kicsit más formában, mint az eddigi feladatokban

$$\frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \Phi\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right)$$

, ahol C_x a feladatban megadott elvárt széntartalom a megadott mélységben, ami itt **0,8 m%**; C_0 a az acél széntartalma a hőkezelés előtt, itt 0,25 m%; C_s a cementáló közeg széntartalma, itt 1,2 m%.

$$\Phi\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right) = 1 - \frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \frac{0,8 \text{ m\%} - 0,25 \text{ m\%}}{1,2 \text{ m\%} - 0,25 \text{ m\%}} = 0,4211$$

A következő lépésben a Φ függvény argumentumának az értékét szeretnénk kiszámolni, ehhez a segítségünkre áll a 3-1. táblázat

3-1. táblázat: Φ függvény értékei

y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0113	0.0226	0.0338	0.0451	0.0564	0.0676	0.0789	0.0901	0.1013
0.1	0.1125	0.1236	0.1348	0.1459	0.1569	0.1680	0.1790	0.1900	0.2009	0.2118
0.2	0.2227	0.2335	0.2443	0.2550	0.2657	0.2763	0.2869	0.2974	0.3079	0.3183
0.3	0.3286	0.3389	0.3491	0.3593	0.3694	0.3794	0.3893	0.3992	0.4090	0.4187
0.4	0.4284	0.4380	0.4475	0.4569	0.4662	0.4755	0.4847	0.4937	0.5027	0.5117
0.5	0.5205	0.5292	0.5379	0.5465	0.5549	0.5633	0.5716	0.5798	0.5879	0.5959
0.6	0.6039	0.6117	0.6194	0.6270	0.6346	0.6420	0.6494	0.6566	0.6638	0.6708
0.7	0.6778	0.6847	0.6914	0.6981	0.7047	0.7112	0.7175	0.7238	0.7300	0.7361
0.8	0.7421	0.7480	0.7538	0.7595	0.7651	0.7707	0.7761	0.7814	0.7867	0.7918
0.9	0.7969	0.8019	0.8068	0.8116	0.8163	0.8209	0.8254	0.8299	0.8342	0.8385
1.0	0.8427	0.8468	0.8508	0.8548	0.8586	0.8624	0.8661	0.8698	0.8733	0.8768
1.1	0.8802	0.8835	0.8868	0.8900	0.8931	0.8961	0.8991	0.9020	0.9048	0.9076
1.2	0.9103	0.9129	0.9155	0.9180	0.9205	0.9229	0.9252	0.9275	0.9297	0.9319
1.3	0.9340	0.9361	0.9381	0.9400	0.9419	0.9438	0.9456	0.9473	0.9490	0.9507
1.4	0.9523	0.9538	0.9554	0.9569	0.9583	0.9597	0.9610	0.9624	0.9636	0.9649
1.5	0.9661	0.9673	0.9684	0.9695	0.9706	0.9716	0.9726	0.9736	0.9745	0.9755
y	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
$\Phi(y)$	0.9763	0.9838	0.9891	0.9928	0.9953	0.9970	0.9981	0.9989	0.9993	0.9996

A táblázatot első oszlopa mutatja a függvény argumentumában szereplő szám egyes helyiértékét, és az első tizedes értékét. Az oszlopok balról jobbra a második tizedes értékét. Tehát ha $y = 0,01$, akkor $\Phi(y) = 0,0113$. Ennek megfelelően megkereshetjük a táblázatban a keresett értéket. Mivel a **0,4211** nem szerepel pontosan a táblázatban megkeressük a hozzá két legközelebbi értéket, majd leolvassuk a hozzájuk tartozó y értéket. így

$$y_1 = 0,39$$

$$\Phi(y_1) = 0,4187$$

$$y = ?$$

$$y_2 = 0,40$$

$$\Phi(y) = 0,4221$$

$$\Phi(y_2) = 0,4284$$

A meglévő adatokból y -t lineáris interpolációval határozzuk meg

$$y = \frac{\Phi(y) - \Phi(y_1)}{\Phi(y_2) - \Phi(y_1)} (y_2 - y_1) + y_1 = \frac{0,4221 - 0,4187}{0,4284 - 0,4187} (0,40 - 0,39) + 0,39 = 0,3924$$

Így tudjuk, hogy

$$y = \frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}$$

Átrendezve

$$t = \left(\frac{x}{2 \cdot y} \right)^2 \cdot \frac{1}{D} = \left(\frac{0,0005 \text{ m}}{2 \cdot 0,3924} \right)^2 \cdot \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 25366 \text{ s} = 7,05 \text{ h}$$

5/b

Tervezzon meg egy cementálási folyamatot! Az alapanyag egy acél fogaskerék, aminek a széntartalma **0,22 tömeg%**. A cementáló közeg széntartalma **1,4 tömeg%**. A felületkezelés célja, hogy **0,5 mm**-es mélységben az acélban **0,7 tömeg%**-os széntartalmat érjünk el. Mennyi ideig kell az acélt hőkezeln **950 °C**-on, ha tudjuk, hogy ezen a hőmérsékleten a diffúziós tényező **$1,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. **$t = 3,15 \text{ h}$**

5/c

Tervezzon meg egy cementálási folyamatot! Az alapanyag egy acél fogaskerék, aminek a széntartalma **0,20 tömeg%**. A cementáló közeg széntartalma **1,33 tömeg%**. A felületkezelés célja, hogy **0,5 mm**-es mélységben az acélban **0,75 tömeg%**-os széntartalmat érjünk el. Mennyi ideig kell az acélt hőkezeln **950 °C**-on, ha tudjuk, hogy ezen a hőmérsékleten a diffúziós tényező **$1,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. **$t = 4,49 \text{ h}$**

5/d

Tervezzon meg egy cementálási folyamatot! Az alapanyag egy acél fogaskerék, aminek a széntartalma **0,23 tömeg%**. A cementáló közeg széntartalma **1,5 tömeg%**. A felületkezelés célja, hogy **0,7 mm**-es mélységben az acélban **0,9 tömeg%**-os széntartalmat érjünk el. Mennyi ideig kell az acélt hőkezeln **950 °C**-on, ha tudjuk, hogy ezen a hőmérsékleten a diffúziós tényező **$1,6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. **$t = 10,66 \text{ h}$**

5/e

Tervezzon meg egy cementálási folyamatot! Az alapanyag egy acél fogaskerék, aminek a széntartalma **0,2 tömeg%**. A cementáló közeg széntartalma **1,2 tömeg%**. A felületkezelés célja, hogy **0,6 mm**-es mélységben az acélban **0,5 tömeg%**-os széntartalmat érjünk el. Mennyi ideig kell az acélt hőkezeln **950 °C**-on, ha tudjuk, hogy ezen a hőmérsékleten a diffúziós tényező **$1,6 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{s}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. **$t = 2,91 h$**

6/a

Adjon javaslatokat arra, hogy mennyi idő szükséges egy acél cementálására, ha **900 – 1050 °C**-os tartományban szeretnénk hőkezeln. Az acél kiindulási széntartalma **0,2 m%**, a cementáló közeg széntartalma **1 m%** és a felülettől **0,75 mm**-es mélységben **0,6 m%**-os széntartalmat szeretnénk elérni. Továbbá tudjuk, hogy a diffúziós állandó **$2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$** , az aktivációs energia **$148000 \frac{J}{mol}$** .

Megoldás:

Írjuk fel a Fick-II. egyenletet

$$\frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \Phi\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right)$$

Ebből

$$\Phi\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}}\right) = 1 - \frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \frac{0,6 m\% - 0,2 m\%}{1 m\% - 0,2 m\%} = 0,5$$

Legyen

$$\frac{x}{2 \cdot \sqrt{D \cdot t}} := y$$

3-1. táblázat segítségével meghatározhatjuk **y** értékét

$$\begin{array}{l} y \\ y_1 = 0,47 \\ y = ? \\ y_2 = 0,48 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Phi(y) \\ \Phi(y_1) = 0,4937 \\ \Phi(y) = 0,5 \\ \Phi(y_2) = 0,5027 \end{array}$$

Majd a kiolvasott eredmények lineáris interpolációjával kiszámolható **y**

$$y = \frac{\Phi(y) - \Phi(y_1)}{\Phi(y_2) - \Phi(y_1)} (y_2 - y_1) + y_1 = \frac{0,5 - 0,4937}{0,5027 - 0,4937} (0,48 - 0,47) + 0,47 = 0,477$$

Hogy kiszámoljuk mennyi idő szükséges a cementálásra előbb meg kell határozni, a diffúziós tényező értékét. Ezt a következő képlettel tehetjük meg

$$D_i = D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T_i}\right)}$$

Így a diffúziós tényező **900 °C**-ra és **1050 °C**-ra

$$D_1 = D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T_1}\right)} = 2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s} \cdot e^{\left(-\frac{148000 \frac{J}{mol}}{8,314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 1173 K}\right)} = 5,9 \cdot 10^{-12} \frac{m^2}{s}$$

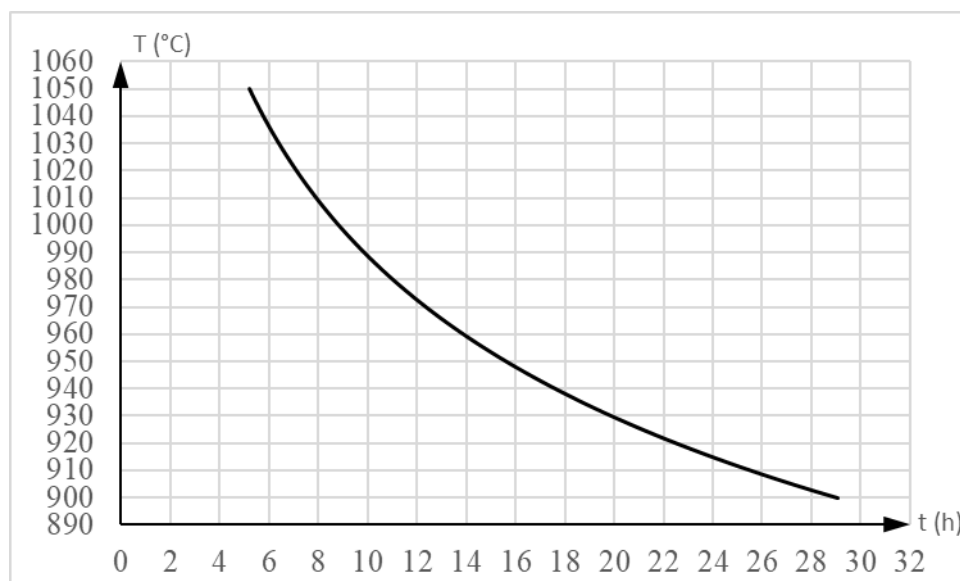
$$D_2 = D_0 \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T_2}\right)} = 2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s} \cdot e^{\left(-\frac{148000 \frac{J}{mol}}{8,314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 1323 K}\right)} = 3,3 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{s}$$

Így már rendelkezésünkre áll minden, hogy meghatározzuk, hogy mennyi ideig kell hőkezelní a darabot.

$$t_{900^\circ C} = \left(\frac{x}{2 \cdot y}\right)^2 \cdot \frac{1}{D_1} = \left(\frac{7,5 \cdot 10^{-4} m}{2 \cdot 0,477}\right)^2 \cdot \frac{1}{5,9 \cdot 10^{-12} \frac{m^2}{s}} = 104736 s = 29,1 h$$

$$t_{1050^\circ C} = \left(\frac{x}{2 \cdot y}\right)^2 \cdot \frac{1}{D_1} = \left(\frac{7,5 \cdot 10^{-4} m}{2 \cdot 0,477}\right)^2 \cdot \frac{1}{3,3 \cdot 10^{-11} \frac{m^2}{s}} = 18743 s = 5,2 h$$

A 3-1. ábra azt mutatja a folyamat hőmérsékletfüggését



3-1. ábra: A diffúzió hőmérsékletfüggése

6/b

Adjon javaslatokat arra, hogy mennyi idő szükséges egy acél cementálására, ha **925 – 1030 °C**-os tartományban szeretnénk hőkezelní. Az acél kiindulási széntartalma **0,22 m%**, a cementáló közeg széntartalma **1,1 m%** és a felülettől **0,5 mm**-es mélységben **0,65 m%**-os széntartalmat szeretnénk elérni. Továbbá tudjuk, hogy a diffúziós állandó $2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$, az aktivációs energia **148000 $\frac{J}{mol}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. $t_{925^\circ C} = 8,9 h$; $t_{1030^\circ C} = 2,7 h$

6/c

Adjon javaslatokat arra, hogy mennyi idő szükséges egy acél cementálására, ha **910 – 1045 °C**-os tartományban szeretnénk hőkezelní. Az acél kiindulási széntartalma **0,25 m%**, a cementáló közeg széntartalma **0,9 m%** és a felülettől **0,6 mm**-es mélységben **0,55 m%**-os széntartalmat szeretnénk elérni. Továbbá tudjuk, hogy a diffúziós állandó $2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$, az aktivációs energia **148000 $\frac{J}{mol}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. $t_{910^\circ C} = 13,7 h$; $t_{1045^\circ C} = 2,9 h$

6/d

Adjon javaslatokat arra, hogy mennyi idő szükséges egy acél cementálására, ha **900 – 1000 °C**-os tartományban szeretnénk hőkezelní. Az acél kiindulási széntartalma **0,2 m%**, a cementáló közeg széntartalma **1 m%** és a felülettől **0,8 mm**-es mélységben **0,7 m%**-os széntartalmat szeretnénk elérni. Továbbá tudjuk, hogy a diffúziós állandó $2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$, az aktivációs energia **148000 $\frac{J}{mol}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. $t_{900^\circ C} = 63,1 h$; $t_{1000^\circ C} = 19,1 h$

6/e

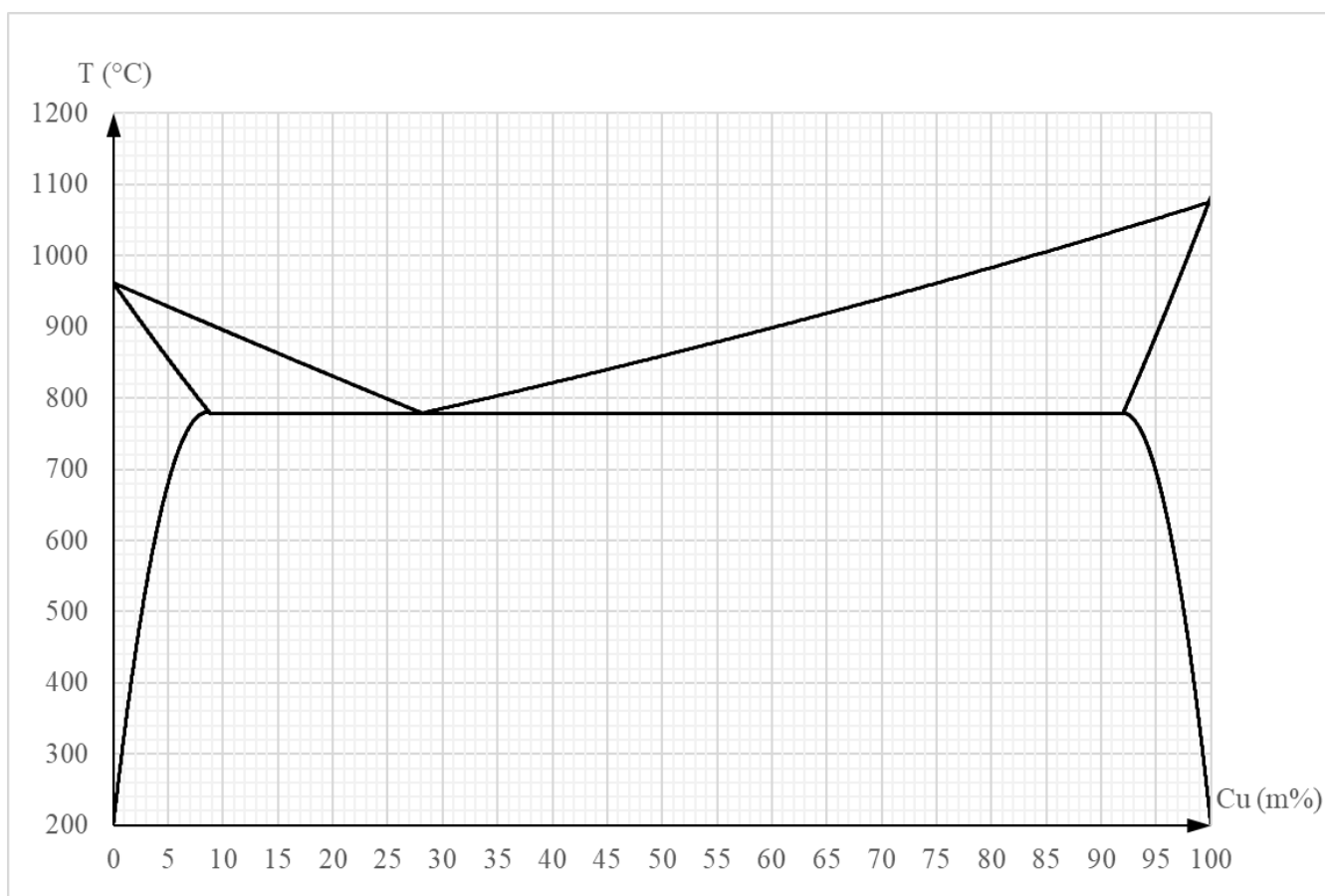
Adjon javaslatokat arra, hogy mennyi idő szükséges egy acél cementálására, ha **925 – 1010 °C**-os tartományban szeretnénk hőkezelní. Az acél kiindulási széntartalma **0,3 m%**, a cementáló közeg széntartalma **1,2 m%** és a felülettől **0,6 mm**-es mélységben **0,6 m%**-os széntartalmat szeretnénk elérni. Továbbá tudjuk, hogy a diffúziós állandó $2,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$, az aktivációs energia **148000 $\frac{J}{mol}$** .

Megoldás: A feladat megoldásához szükség van az 3-1. táblázatra. $t_{925^\circ C} = 6,6 h$; $t_{1010^\circ C} = 2,5 h$

4 Állapotábrák

1/a

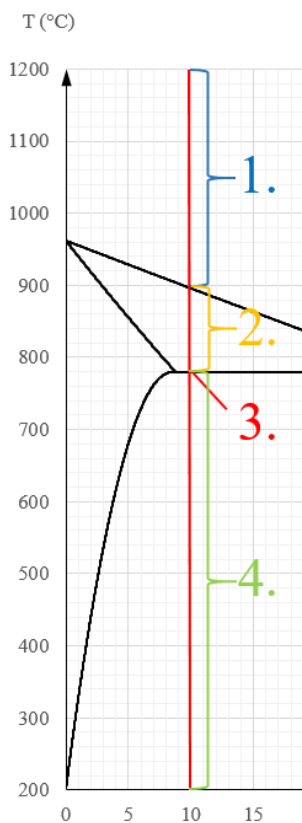
Rajzolja meg a mellékelt Ag-Cu állapotábra **10%** Cu-t tartalmazó ötvözetének lehűlési görbét. Táblázatos módon adja meg a lehűlési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok nevét és a szabadsági fokok számát. Határozza meg közvetlenül az eutektikus hőmérséklet felett és alatt egymással egyensúlyt tartó fázisok mennyiségét.



4-1. ábra: Ag-Cu állapotábra

Megoldás:

A feladat megoldását kezdjük azzal, hogy bejelöljük a feladatban szereplő összetételt a diagrammon és felosztjuk szakaszokra.



A **10% Cu-t** tartalmazó ötvözetet jelöli a piros vonal a diagrammon. A bal oldali ábrán látható módon fel lehet osztani 4 szakaszra.

Az első szakasz (a kékkel jelölt szakasz), ahol az ötvözet ömledékállapotban van. Az első szakasz az állapotábrán szereplő likvidusz vonalig tart.

A második szakasz (az ábrán narancssárgával jelölt rész), ami a likvidusz és szolidusz között helyezkedik el. Itt az anyagban jelen van szilárd (α) és folyadék fázis.

A harmadik szakasz az állapotábrán nem feltétlen látszik, de kihagyhatatlan a lehűlés szempontjából. Ugyanis amikor a hőmérséklet eléri az eutektikus hőmérsékletet, a maradék folyadék fázis eutektikumként szilárdul meg.

A 4. szakaszban (ami az ábrán zölddel van jelölve) az anyag teljes térfogatában szilárd, és ebben az állapotban hűl tovább.

A különböző szakaszokban jelenlévő fázisokat célszerű egy táblázatban összefoglalni.

4-1. táblázat: Lehűlési görbe egyes szakaszaiban az egyensúlyt tartó fázisok száma és neve

	Fázisok száma	Fázisok megnevezése
1. szakasz	1	folyadék (f)
2. szakasz	2	f; α
3. szakasz	3	f; α ; β
4. szakasz	2	α ; β

4-2. ábra: Lehűlési görbe szakaszai

Hogy fel tudjuk rajzolni az anyag lehűlési görbét szükségünk van a rendszer szabadsági fokainak számára (**Sz**). A szabadsági fokok számát a Gibbs-egyenlettel tudjuk meghatározni, amit a következő léplettel írhatunk fel, ha fémtani esetet vizsgálunk.

$$Sz = K - F + 1$$

, ahol **Sz**- a szabadsági fokok száma, **K**-a rendszert alkotó komponensek száma, **F**-a fázisok száma. A rendszert alkotó komponensek száma 2, mivel ezt a rendszert csak Ag és Cu alkotja. Ennek tudatában kiszámolhatjuk a meghatározott 4 szakaszra, mennyi az egyes szakaszoknál a rendszer szabadságfoka.

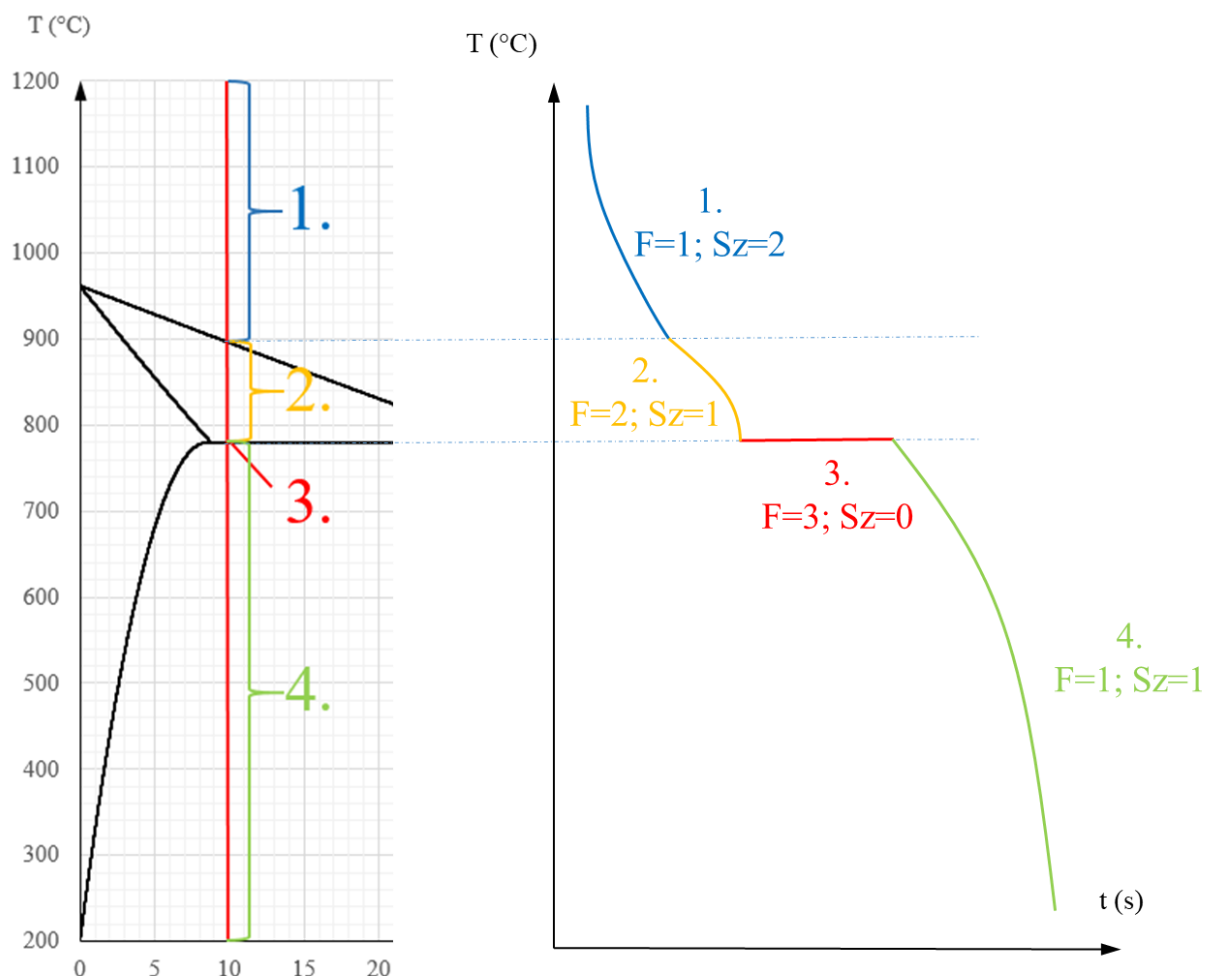
4-2. táblázat: Lehűlési görbe egyes szakaszaiban a rendszer szabadságfokainak száma

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok
1. szakasz	folyadék (f)	1	2
2. szakasz	f; α	2	1
3. szakasz	f; α ; β	3	0
4. szakasz	α ; β	2	1

Továbbá érdemes tudni a lehűlési görbék felrajzolásához, ha

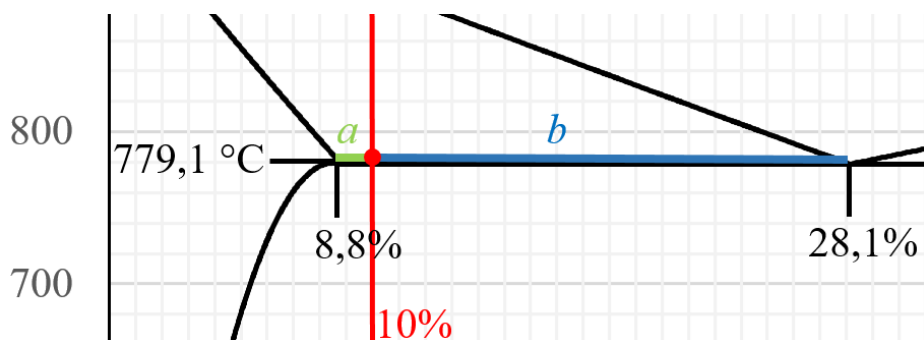
- **Sz = 2** a lehűlési görbe alakja exponenciális
- **Sz = 0** a görbe vízszintes
- **Sz = 1** a lehűlési görbe monoton csökken, de az alakja nem exponenciális

Így felrajzolható az adott összetételhez az anyag lehűlési görbéje



4-3. ábra: 1/a feladat lehűlési görbéje

Ezután már csak az egymással egyensúlyt tartó fázisok mennyiségét kell meghatározni az eutektikus hőmérséklet alatt és felett. Ehhez fel tudjuk használni a mérlegszabályt, amely arra szolgál, hogy adott hőmérsékleten és adott ötvöztartalomnál a segítségével meghatározható az egyensúlyt tartozó fázisok mennyisége. Szükségünk van a mérleg „karjaira”, így nézzük meg közelebbről a diagrammot. Elsőként nézzük azt az esetet, amikor az eutektikus hőmérséklet felett vizsgáljuk a fázisok arányát (lásd 4-4. ábra).



4-4. ábra: Mérlegelv alkalmazása $T_{eut} + \Delta T$ esetre

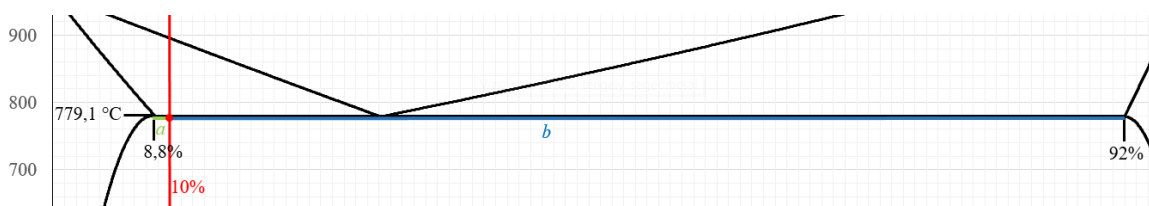
Látszik, hogy a két kar hossza nem egyenlő. A mérleg bal karja (a -val jelölt) lesz a rendszerben lévő folyadék fázis, a jobb karja (b -vel jelölt) a már szilárd állapotban lévő α -fázis. A két fázist a következő képletekkel számíthatjuk ki. Itt feltételezzük, hogy csak végtelenül kicsi hőmérséklettel

vagyunk az eutektikus hőmérséklet felett, így az állapotábrán szereplő koncentrációkat felhasználhatjuk a számításokhoz.

$$C_f = \frac{a}{a+b} = \frac{10 \text{ m}\% - 8,8 \text{ m}\%}{28,1 \text{ m}\% - 8,8 \text{ m}\%} = 6,2 \text{ m}\%$$

$$C_\alpha = \frac{b}{a+b} = \frac{28,1 \text{ m}\% - 10 \text{ m}\%}{28,1 \text{ m}\% - 8,8 \text{ m}\%} = 93,8 \text{ m}\%$$

Hasonlóképp járunk el a másik esetben is, ahol az eutektikus hőmérséklet alatt akarjuk meghatározni az egymással egyensúlyt tartó fázisokat (lásd 4-5. ábra).



4-5. ábra: Mérlegelv alkalmazása $T_{eut} - \Delta T$ esetre

Itt a baloldali kar (a -val jelölt) az anyag β -fázis tartalmát mutatja, a jobb oldali (b -vel jelölt) az α -fázis tartalmát. Így az összetétel

$$C_\beta = \frac{a}{a+b} = \frac{10 \text{ m}\% - 8,8 \text{ m}\%}{92 \text{ m}\% - 8,8 \text{ m}\%} = 1,4 \text{ m}\%$$

$$C_\alpha = \frac{b}{a+b} = \frac{92 \text{ m}\% - 10 \text{ m}\%}{92 \text{ m}\% - 8,8 \text{ m}\%} = 98,6 \text{ m}\%$$

1/b

Rajzolja meg a mellékelt Ag-Cu állapotábra 20% Cu-t tartalmazó ötvözetének lehűlési görbét. Táblázatos módon adja meg a lehűlési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok nevét és a szabadsági fokok számát. Határozza meg közvetlenül az eutektikus hőmérséklet felett és alatt egymással egyensúlyt tartó fázisok mennyiségét.

Megoldás:

4-3. táblázat: 1/b feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehűlési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; α	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; α ; β	3	0	vízszintes
4. szakasz	α ; β	2	1	nem exponenciális
Eutektikus hőmérséklet felett	folyadék fázis			58,0 m%
	α -fázis			42,0 m%
Eutektikus hőmérséklet alatt	α -fázis			86,5 m%
	β -fázis			13,5 m%

1/c

Rajzolja meg a mellékelt Ag-Cu állapotábra **20%** Cu-t tartalmazó ötvözetének lehűlési görbét. Táblázatos módon adja meg a lehűlési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok nevét és a szabadsági fokok számát. Határozza meg közvetlenül az eutektikus hőmérséklet felett és alatt egymással egyensúlyt tartó fázisok mennyiségét.

Megoldás:

4-4. táblázat: 1/c feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehűlési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; α ; β	3	0	vízszintes
3. szakasz	α ; β	2	1	nem exponenciális
Eutektikus hőmérséklet felett		folyadék fázis		100 m%
Eutektikus hőmérséklet alatt		α -fázis		76,8 m%
		β -fázis		23,2 m%

1/d

Rajzolja meg a mellékelt Ag-Cu állapotábra **40%** Cu-t tartalmazó ötvözetének lehűlési görbét. Táblázatos módon adja meg a lehűlési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok nevét és a szabadsági fokok számát. Határozza meg közvetlenül az eutektikus hőmérséklet felett és alatt egymással egyensúlyt tartó fázisok mennyiségét.

Megoldás:

4-5. táblázat: 1/d feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehűlési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; β	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; β ; α	3	0	vízszintes
4. szakasz	β ; α	2	1	nem exponenciális
Eutektikus hőmérséklet felett		folyadék fázis		81,4 m%
		β -fázis		18,6 m%
Eutektikus hőmérséklet alatt		β -fázis		37,5 m%
		α -fázis		62,5 m%

1/e

Rajzolja meg a mellékelt Ag-Cu állapotábra **70%** Cu-t tartalmazó ötvözetének lehűlési görbét. Táblázatos módon adja meg a lehűlési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok nevét és

a szabadsági fokok számát. Határozza meg közvetlenül az eutektikus hőmérséklet felett és alatt egymással egyensúlyt tartó fázisok mennyiségét.

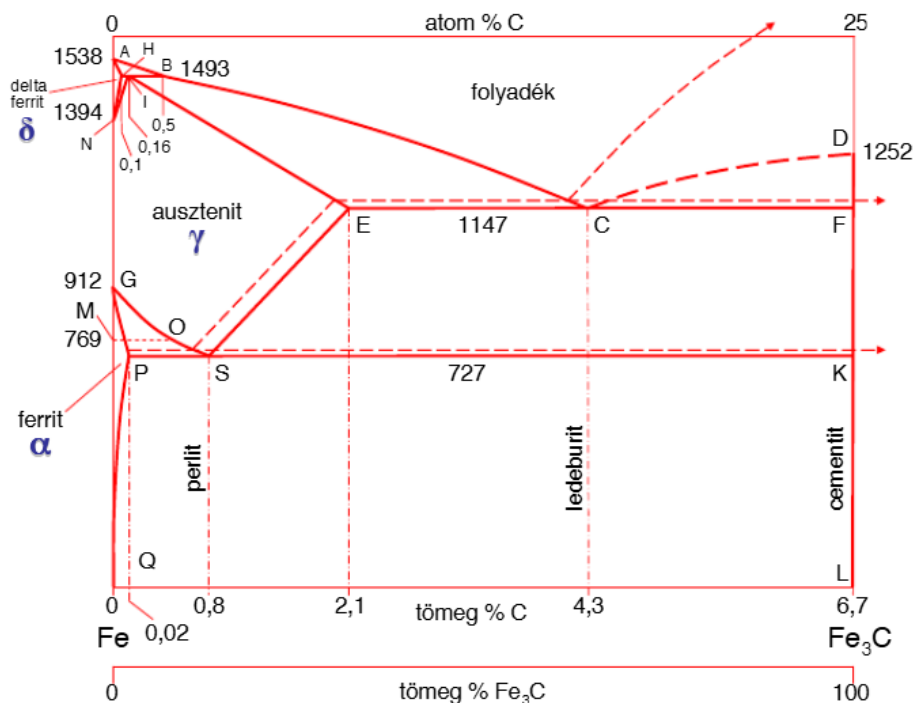
Megoldás:

4-6. táblázat: 1/e feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; β	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; β ; α	3	0	vízszintes
4. szakasz	β ; α	2	1	nem exponenciális
Eutektikus hőmérséklet felett	folyadék fázis			34,4 m%
	β -fázis			65,6 m%
Eutektikus hőmérséklet alatt	β -fázis			73,6 m%
	α -fázis			26,4 m%

2/a

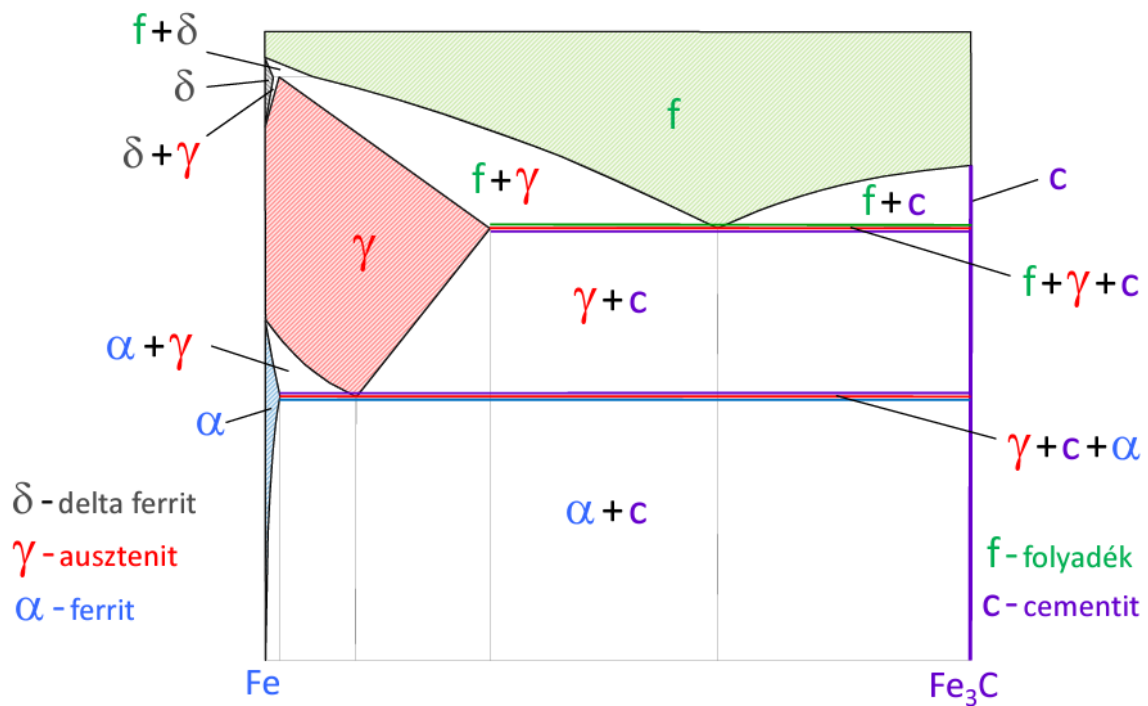
Rajzolja meg a 1,2 % C-tartalmú vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát, és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20°C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.



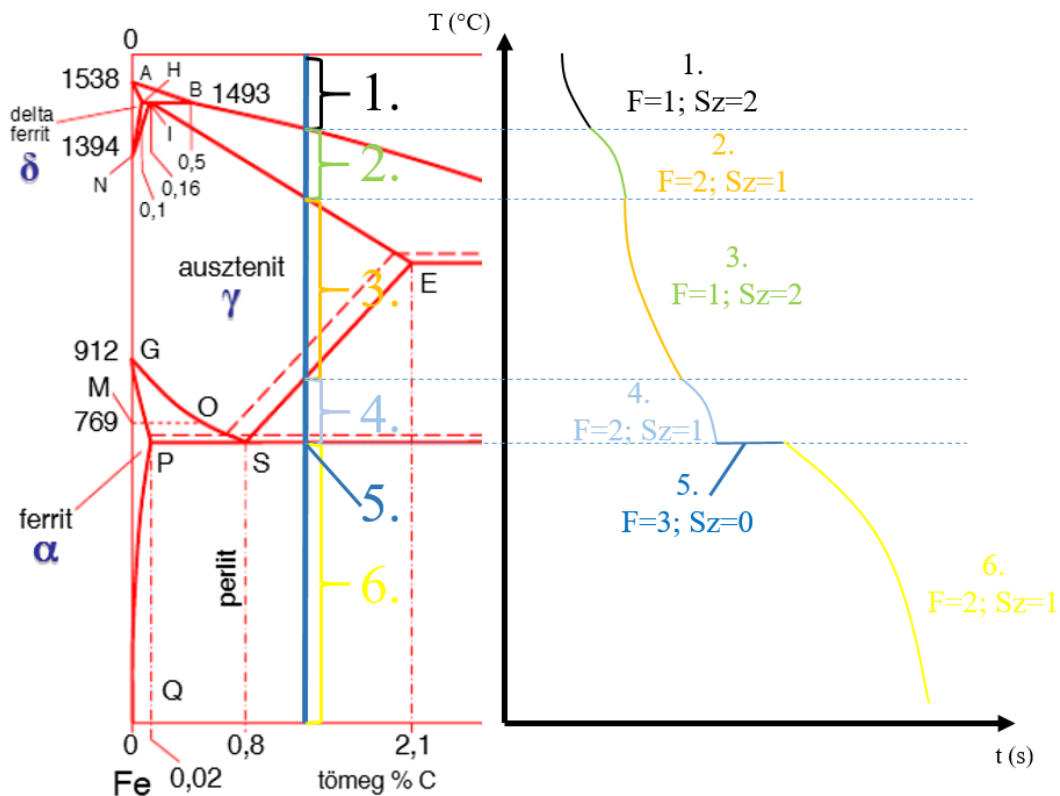
4-6. ábra: Fe-C állapotábra

Megoldás:

A feladatot az 1/a feladatban ismertetett lépések szerint kell megoldani. A fázisok helyes megállapításában segítséget nyújthat a 4-7. ábra.



4-7. ábra: Fe-C állapotábra, a rendszert alkotó fázisok feltüntetésével



4-8. ábra: 2/a feladathoz tartozó lehülési görbe

4-7. táblázat: A lehülési görbe szakaszainak fázisainak neve és száma, valamint a rendszer szabadságfoka

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok
1. szakasz	folyadék (f)	1	2
2. szakasz	f; γ	2	1
3. szakasz	γ	1	2
4. szakasz	γ ; cementit	2	1
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0
6. szakasz	cementit; α	2	1



4-9. ábra: Mérlegelv alkalmazása a 2/a feladatra

4-8. táblázat: Szobahőmérsékleten egyensúlyt tartó fázisok az 2/a feladatra

20°C-on egyensúlyt tartó fázisok	c	17,9 m%
	α	82,1 m%

2/b

Rajzolja meg a 0,7 % C-tartalmú vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát, és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20°C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot a 2/a feladat mintájára lehet megoldani.

4-9. táblázat: 2/b feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; γ	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	γ	1	2	exponenciális
4. szakasz	γ ; α	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális
20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c		10,4 m%
		α		89,6 m%

2/c

Rajzolja meg a 2,8 % C-tartalmú vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát, és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20°C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot a 2/a feladat mintájára lehet megoldani.

4-10. táblázat: 2/c feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; γ	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; γ ; cementit	3	0	vízszintes
4. szakasz	γ ; cementit	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális
20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c	41,8 m%	
		α	58,2 m%	

2/d

Rajzolja meg a 4,5 % C-tartalmú vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát, és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20°C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot a 2/a feladat mintájára lehet megoldani.

4-11. táblázat: 2/d feladat megoldása

	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; c	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; c; γ	3	0	vízszintes
4. szakasz	γ ; cementit	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális
20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c	67,2 m%	
		α	32,8 m%	

2/e

Rajzolja meg a 5,5 % C-tartalmú vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát, és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20°C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot a 2/a feladat mintájára lehet megoldani.

4-12. táblázat: 2/e feladat megoldása

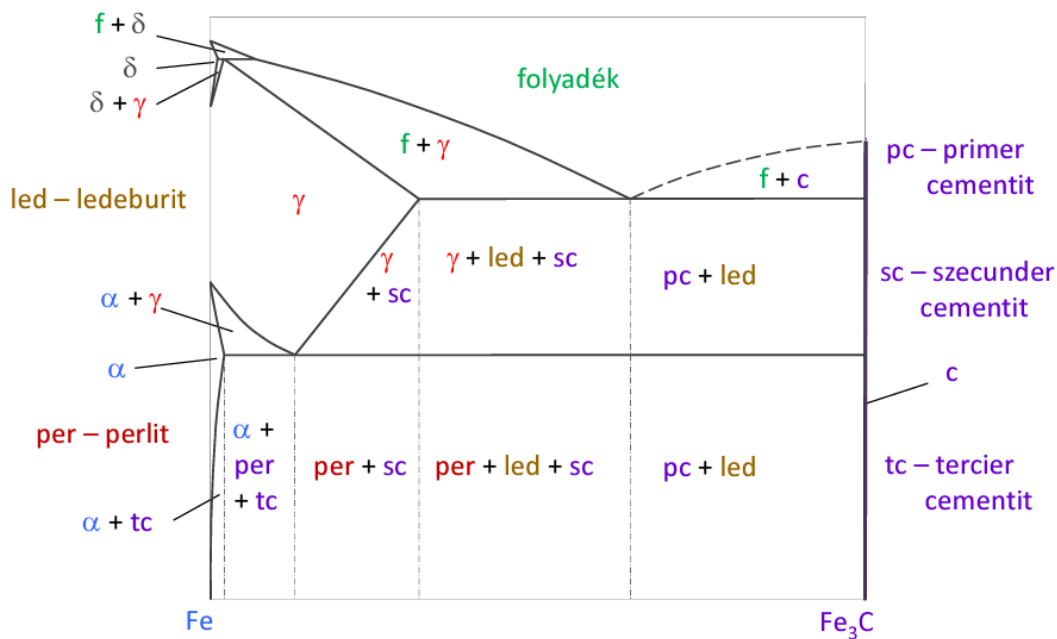
	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; c	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; c; γ	3	0	vízszintes
4. szakasz	γ ; cementit	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális
20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c	82,1 m%	
		α	17,9 m%	

3/a

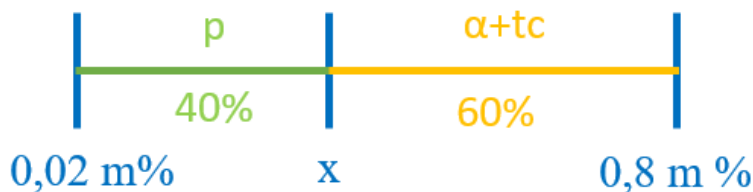
Rajzolja meg a 40 % perlitet tartalmazó hipoeutektoidos vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20 °C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot az 1/a feladatban ismertetett lépések szerint kell megoldani, annyi különbséggel, hogy először a szövetelemek arányából meg kell határozni az adott hipoeutektoidos ötvözet szénttartalmát. A szövetelemek helyes megállapításában segítséget nyújthat a 4-10. ábra.



4-10. ábra: Fe-C állapotábra a rendszer szövetelemei feltüntetésével



4-11. ábra: Mérlegelv alkalmazása a 3/a feladatra

$$C_p = 0,4 = \frac{p}{sc + p} = \frac{x - 0,02 \text{ m}\%}{0,8 \text{ m}\% - 0,02 \text{ m}\%} \Rightarrow x = 0,8 \text{ m}\% - 0,4 \cdot (0,8 \text{ m}\% - 0,02 \text{ m}\%) = 0,332 \text{ m}\%$$

Már tudjuk, hogy a **0,332 m%** C-t tartalmazó ötvözetnek kell meghatározni a lehűlési görbéit, annak egyes szakaszait, és a szakaszokhoz tartozó fázisok arányát, számát és nevét.

4-13. táblázat: 3/a feladat megoldása

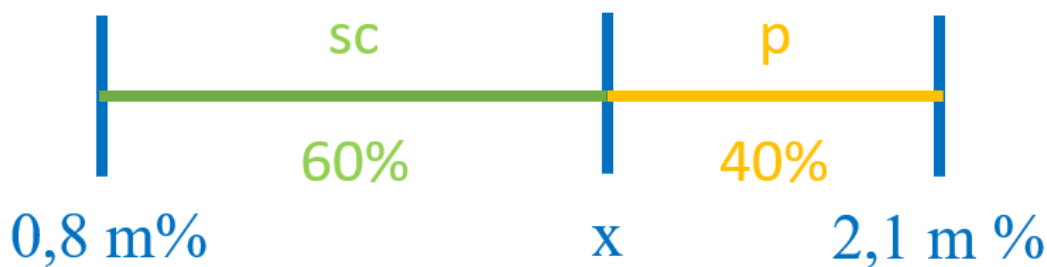
20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c		5,0 m%
		α		95,0 m%
	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehűlési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; δ	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f, δ, γ	3	0	vízszintes
3. szakasz	f; γ	2	1	nem exponenciális
4. szakasz	γ	1	2	exponenciális
5. szakasz	γ; α	2	1	nem exponenciális
6. szakasz	γ; cementit; α	3	0	vízszintes
7. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális

3/b

Rajzolja meg a 40 % perlitet tartalmazó hipereutektoidos vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20 °C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot az 3/a feladatban ismertetett lépések szerint lehet megoldani. Így



4-12. ábra: Mérlegelv alkalmazása a 3/b feladatra

$$x = 1,58 \text{ m\%}$$

Már tudjuk, hogy a 1,58 m% C-t tartalmazó ötvözetnek kell meghatározni a lehülési görbéit, annak egyes szakaszait, és a szakaszokhoz tartozó fázisok számát és nevét.

4-14. táblázat: 3/b feladat megoldása

20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c		23,6 m%
		α		76,4 m%
	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; γ	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	γ	1	2	exponenciális
4. szakasz	γ ; cementit	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális

3/c

Rajzolja meg a 60 % perlitet tartalmazó hipoeutektoidos vasötvözet lehülési görbáját, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20 °C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot az 3/a feladatban ismertetett lépések szerint kell megoldani.

$$x = 0,488 m\%$$

4-15. táblázat: 3/c feladat megoldása

20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c		7,3 m%
		α		92,7 m%
	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; δ	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f, δ , γ	3	0	vízszintes
3. szakasz	f; γ	2	1	nem exponenciális
4. szakasz	γ	1	2	exponenciális
5. szakasz	γ ; α	2	1	nem exponenciális
6. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
7. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális

3/d

Rajzolja meg az 25% ledeburitot tartalmazó hipoeutektikus vasötvözet lehülési görbét, adja meg táblázatos formában a lehülési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20 °C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot az 3/a feladatban ismertetett lépések szerint kell megoldani.

$$x = 2,65 m\%$$

4-16. táblázat: 3/d feladat megoldása

20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c		39,6 m%
		α		60,4 m%
	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehülési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; γ	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; γ ; cementit	3	0	vízszintes
4. szakasz	γ ; cementit	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális

3/e

Rajzolja meg az 25% ledeburított tartalmazó hipereutektikus vasötvözet lehűlési görbét, adja meg táblázatos formában a lehűlési görbe egyes szakaszaihoz tartozó fázisok számát és nevét, a szabadsági fokok számát és a szövetelemek nevét. Határozza meg az ötvözetben 20 °C-on egyensúlyt tartó fázisok %-os mennyiségét.

Megoldás:

A feladatot az 3/a feladatban ismertetett lépések szerint kell megoldani.

$$x = 6,1 \text{ m\%}$$

4-17. táblázat: 3/e feladat megoldása

20°C-on egyensúlyt tartó fázisok		c	91,0 m%	
		α	9,0 m%	
	Fázisok megnevezése	Fázisok száma	Szabadsági fok	Lehűlési görbe alakja
1. szakasz	folyadék (f)	1	2	exponenciális
2. szakasz	f; c	2	1	nem exponenciális
3. szakasz	f; c; γ	3	0	vízszintes
4. szakasz	γ ; cementit	2	1	nem exponenciális
5. szakasz	γ ; cementit; α	3	0	vízszintes
6. szakasz	cementit; α	2	1	nem exponenciális